Министерство образования Республики Башкортостан
ГАОУ СПО Стерлитамакский колледж строительства, экономики и права

Учебно – методический комплекс
по дисциплине
«Математические методы»

для групп специальности 230115
«Программирование в компьютерных системах»

Разработала преподаватель: И.И.Шалаева

2013

Одобрена на заседании	УТВЕРЖДАЮ
предметно-цикловой комиссии специальности	Зав. методическим кабинетом
230115 «Программирование в компьютерных	ГАОУ СПО СКСЭиП
системах»	___________ Н.Б. Дубанова
Протокол №_____ «____»___________2013 г.	«____»_____________2013 г.
Председатель ПЦК:______(О.А.Комиссарова)	

Учебно – методический комплекс по дисциплине «Математические методы» по специальности 230115 «Программирование в компьютерных системах».

Составила	И.И. Шалаева	Преподаватель математики и информатики ГАОУ СПО «Стерлитамакский техникум строительства, экономики и права»
Рецензенты:	С.Ф. Гильманов	Старший преподаватель кафедры прикладной математики и механики Стерлитамакского филиала БашГУ, кандидат физико-математических наук
	А. Х. Хасанова	преподаватель специальных дисциплин, внутренний научный руководитель Республиканской экспериментальной площадки ГАОУ СПО «Стерлитамакский техникум строительства, экономики и права»
	О.А. Комиссарова	Председатель предметно-цикловой комиссии специальности 230115 «Программирование в компьютерных системах» ГАОУ СПО «Стерлитамакский техникум строительства, экономики и права»

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Математические методы» введена в основную профессиональную программу специальности 230115 «Программирование в компьютерных системах» за счет часов вариативной части. Необходимость изучения программистами математических методов связана не только с практическими потребностями: владение методологией математического моделирования способствует формированию нелинейного мышления.

Изучение дисциплины должно способствовать повышению уровня абстрактного и логического мышления, развивать способность познавать и искать новое. При этом необходимо обращать внимание на ее прикладной характер, показывать, где и когда изучаемое может быть использовано в будущей практической деятельности. Преподавание дисциплины должно иметь практическую направленность и проводиться в тесной взаимосвязи с общепрофессиональными и специальными дисциплинами.

Математические методы и модели, возможности применения которых существенно расширились благодаря современным компьютерным технологиям, представляют собой один из наиболее динамично развивающихся разделов прикладной математической науки.

Освоение курса предполагает решение большого числа задач, в том числе с соответствующими экономическими приложениями.

Изучение дисциплины «Математические методы» включает: теоретическую подготовку в области математики и экономики, владение компьютерными технологиями, овладение навыками построения экономико-математических моделей, изучение подходов и методов решения задач. В процессе изучения предмета студент приобретает практические навыки по постановке экономической задачи, переводу её на математический язык, по её решению рациональными методами.

Учебно-методический комплекс дисциплины – это совокупность учебных, учебно-методических, контрольно-измерительных материалов, обеспечивающих организационную и содержательную целостность системы обучения по дисциплине «Математические методы», способствующих эффективному усвоению студентами учебной программы.

Использование учебно-методического комплекса дисциплины позволяет развивать способности обучающихся организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество (ОК2), осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач (ОК 4) и использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности (ОК 5).

Учебно-методический комплекс дисциплины включает:

1. рабочую программу учебной дисциплины;
2. календарно-тематический план;
3. лекционный материал
4. задания и методические указания по выполнению практических работ;
5. задания и методические указания по выполнению лабораторных работ;
6. задания для текущего, рубежного и итогового контроля знаний студентов;
7. методические рекомендации по планированию, организации и проведению практических и лабораторных занятий;
8. методические рекомендации по планированию и организации самостоятельной работы студентов;

Учебно-методический комплекс учебной дисциплины «Математические методы» предназначен для преподавателей математических дисциплин укрупненной группы специальностей 230000 «Информатика и вычислительная техника».

РАЗДЕЛ 1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОП12 «Математические методы*»

Примерная программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования

230115 Программирование в компьютерных системах (укрупненная группа специальностей 230000 Информатика и вычислительная техника)

Организация-разработчик: ГАОУ СПО Стерлитамакский колледж строительства, экономики и права

Разработчик: Шалаева И. И., преподаватель высшей категории

Утверждена республиканским экспертным советом по профессиональному образованию ГОУ РУНМЦ РБ, секция СПО (протокол №3/11 от 30.06.2011г.)

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математические методы*

1.1. Область применения программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности **230115 Программирование в компьютерных системах**, входящей в состав укрупненной группы специальностей СПО **230000 Информатика и вычислительная техника** и может быть использована в дополнительном профессиональном образовании в рамках реализации программ переподготовки кадров в учреждениях СПО.

1.2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы: дисциплина «Математические методы» является компонентом вариативной части общепрофессиональных дисциплин

1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- Составлять простейшие математические модели задач, возникающих в практической деятельности людей
- Выбирать и обосновывать наиболее рациональный метод и алгоритм решения задачи, а также оценивать сложность выбранного алгоритма;
- Разрабатывать алгоритмы для решения различных задач с применением математических методов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать:**

- Основные понятия моделирования;
- Основные методологические подходы к решению математических задач, возникающих в ходе практической деятельности людей;

1.4. Рекомендуемое количество часов на освоение программы дисциплины:

максимальной учебной нагрузки обучающегося **93** часов,
в том числе:
обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося **62** часов;
самостоятельной работы обучающегося **31** часов.

2. СТРУКТУРА И ПРИМЕРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Математические методы*

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	***Объем часов***
Максимальная учебная нагрузка (всего)	**93**
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	**62**
в том числе:	
практические занятия	26
контрольные работы	2
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	**31**
в том числе:	
- реферирование тем	4
- аналитический обзор литературы определенной тематики	5
- заполнение сводной таблицы «Характеристики простейших систем массового обслуживания»	2
- выполнение индивидуальных заданий на темы	2
- выполнение проектной работы	10
- решение задач распределения неоднородных ресурсов	2
- выполнение домашней контрольной работы	2
- составление алгоритма реализации метода динамического программирования и метода теории игр	4
Итоговая аттестация в форме **дифференцированного зачета**	

2.2. Примерный тематический план и содержание учебной дисциплины

*Математические методы**

Наименование разделов и тем		*Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся*	*Объем часов*	*Уровень освоения*
1		*2*	**3**	*4*
Раздел 1. Моделирование процессов			**9**	
Тема 1.1. Основы моделирования		**Содержание учебного материала**	4	
	1	Модели и процесс моделирования операций.		1
	2	Классификация математических методов и моделей.		
		Самостоятельная работа студентов	2	
		Реферирование темы: ««Математическое моделирование экономических задач»		
Тема 1.2 Имитационное моделирование		**Содержание учебного материала**	3	1
	1	Основные понятия имитационного моделирования.		
		Самостоятельная работа студентов		
		Аналитический обзор литературы на тему «Имитационное моделирование»		
Раздел 2. Линейное программирование			**54**	
Тема 2.1 Модели линейного программирования с двумя переменными		**Содержание учебного материала**	2	
	1	Графический метод линейного программирования		2
		Практические занятия	2	
	1	Решение задач линейного программирования графическим методом(ОК 2.1.1)		
		Лабораторные занятия	2	
	1	Технология решения ЗЛП с помощью электронных таблиц		
		Самостоятельная работа	3	
		Составление реферата по темам: «Применение графического метода в решении задач линейного программирования», «Математическое моделирование экономических задач», «Линейное программирование в решении экономических задач» Решение поставленной задачи графическим методом и с помощью «Поиска решений» в MS Excel.		
Тема 2.2 **Симплекс-метод линейного программирования**		**Содержание учебного материала**	4	
	1	Стандартная форма записи ЗЛП		2
	2	Алгоритм симплекс-метода		
		Практические занятия	2	
	1	Решение задач линейного программирования симплекс-методом		
		Лабораторные занятия	2	
	1	Решение двухиндексных задач ЛП средствами электронных таблиц. Анализ чувствительности задач ЛП		
		Самостоятельная работа	4	

Наименование разделов и тем		*Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся*	*Объем часов*	*Уровень освоения*
1		*2*	**3**	*4*
		Составление реферата по одной из предложенных тем: 1) «Симплекс-метод для решения типичной распределительной задачи» 2) «Использование симплексных таблиц в решении задач линейного программирования» 3) «Применение симплекс-метода в решении задач линейного программирования» Решение поставленной задачи применимыми для неё методами. Проведение сравнительного анализа на определение эффективности используемых в решении методов		
Тема 2.3 **Теория двойственности в анализе оптимальных решений экономических задач**	**Содержание учебного материала**		2	
	1	Экономическая интерпретация переменных и ограничений двойственной задачи. Построение двойственных задач		2
		Практические занятия	2	
	1	Решение задач двойственным симплексным методом(ОК 2.2.2)		
		Самостоятельная работа	2	
	Составление реферата по одной из предложенных тем: 1) «Двойственность и двойственные оценки при оптимальном планировании» 2) «Теория двойственности в анализе оптимальных решений экономических задач» Решение поставленной задачи двойственным методом			
Тема 2.4 **Транспортные модели**	**Содержание учебного материала**		4	2
	1	Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи. Построение первого опорного плана.		
	2	Метод потенциалов		
		Практические занятия	2	
	1	Решение транспортных задач методом потенциалов		
		Лабораторные занятия	2	
	1	Решение транспортных задач средствами электронных таблиц		
	Самостоятельная работа		4	
	Составление реферата по одной из предложенных тем: 1) «Транспортная задача. Способы построения опорного плана перевозок» 2) «Использование метода потенциалов в решение транспортной задачи» Решение поставленной задачи применимыми для неё методами. Проведение сравнительного анализа на определение эффективности используемых в решении методов			
Тема 2.5 *Целочисленное программирование*	**Содержание учебного материала**		4	1
	1	Целочисленное программирование. Задача коммивояжера		
	2	Метод ветвей и границ		
		Практические занятия	2	
	1	Решение задач об оптимальном назначениях.		
		Лабораторные занятия	2	
	1	Решение целочисленных задач средствами электронных таблиц. Задачи с булевыми переменными		
		Контрольная работа	2	
	1	Решение задач линейного программирования		
	Самостоятельная работа студентов		5	

Наименование разделов и тем	*Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся*		*Объем часов*	*Уровень освоения*
1	*2*		**3**	*4*
	Составление реферата по одной из предложенных тем: 1) «Целочисленное программирование. Метод отсечения плоскостей» 2) «Метод ветвей и границ в решении задач о назначениях» 3) «Метод ветвей и границ в решении задач об инвестициях» Решение поставленной задачи применимыми для неё методами. Подготовка к контрольной работе			
Раздел 3. Нелинейное программирование			**26**	
Тема 3.1 Нелинейное программирование	**Содержание учебного материала**		2	
	1	Нелинейное программирование. Решение задач распределения неоднородных ресурсов		2
		Практические занятия	2	
	1	Решение задач нелинейного программирования		
		Лабораторные занятия	2	
	1	Решение задачи ограниченного роста и неограниченного роста (ОК 5)		
	Самостоятельная работа		2	
	Решение задач распределения неоднородных ресурсов			
Тема 3.2 Динамическое программирование	**Содержание учебного материала**		2	
	1	Динамическое программирование. Задача о самолете		1
	2	**Практические занятия**	2	
		Решение простейших задач методом динамического программирования		
	Самостоятельная работа студентов		2	
		Составление алгоритма реализации метода динамического программирования		
Раздел 4 Элементы теории игр				
Тема 4.1. Теория игр	**Содержание учебного материала**		3	
	1	Теория игр		1
	Самостоятельная работа			
	Составление алгоритма реализации теории игр			
Тема 4.2 Графы и их применение	**Содержание учебного материала**		6	
	1	Основные понятия теории графов. Сетевые графики. Оптимизационные задачи сетевого планирования..		1
	2	Транспортная задача в сетевой постановке		
		Практические занятия		
	1	Нахождение кратчайших путей в графе (ОК 3.2.1)		
	Самостоятельная работа		3	
	Выполнение домашней контрольной работы			
Дифференцированный зачет	Выполнение заданий по всему курсу		**2**	
	Всего:		**93**	

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

*Математические методы**

3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация программы дисциплины предполагает наличие кабинета математических дисциплин; полигона вычислительной техники.

Оборудование учебного кабинета и рабочих мест кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- комплект плакатов по учебной дисциплине;
- комплект учебно-методической документации;
- макеты и наглядные пособия по учебной дисциплине

Оборудование лабораторий:

- рабочие места с персональным компьютером по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;

Технические средства обучения:

- лицензионное программное обеспечение;
- выход в глобальную сеть Internet на каждом ПК;
- точки электропитания;
- сетевое оборудование, обеспечивающее работу локальной сети;
- мультимедийное оборудование;
- источники бесперебойного питания;
- интерактивная доска

3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основная литература:

1. Агальцов В.П., Володайская И.В. Математическтие методы в программировании:Учебник. – М.: ИД «Форум»: ИНФРА-М, 2006. – 224 с.
2. Грешилов А.А. Прикладные задачи математического программирования: Учебное пособие. – 2-е изд. – М.: Логос, 2006. – 288 с.
3. Рудикова Л.В. Microsoft Excel для студента. -СПб.: БХВ-Петербург, 2007.-368с
4. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. 3-е изд., стер.-СПб.: Издательство «Лань»,2007.-528с.

Дополнительная литература:

1. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник/Под общ.ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 656 с
2. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике , Учебное пособие для вузов - М, ЮНИТИ, 2004, 407 с.

Интернет - ресурсы:

1. Электронный учебник "Экономико-математические методы" http://www.math.mrsu.ru/text/method/index.htm
2. Математические методы в экономике | Учебник МГУ/http://institutiones.com/strategies/1039-matematicheskie-metodi-v-ekonomike.html
3. Экономико-математические методы: электронный учебник http://www.math.mrsu.ru/text/courses/e-learn/index.htm
4. Алесинская Т.В.Учебное пособие по решению задач по курсу"Экономико-математические методы и модели",Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002, 153 с./ http://www.aup.ru/books/m84/
5. Алесинская Т.В., Сербин В.Д., Катаев А.В.Учебно-методическое пособие по курсу "Экономико-математические методы и модели. Линейное программирование" Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001. 79 с./ http://www.aup.ru/books/m85/
6. Бурков В.Н., Джавахадзе Г.С., Динова Н.И., Щепкин Д.А. Применение игрового имитационного моделирования для оценки эффективности экономических механизмов,М.: ИПУ РАН, 2003.- 51 с./ http://www.aup.ru/books/m125/
7. Одияко Н.Н., Математические методы в экономике/http://matematika-i-modelirovanie.ru/read/49/

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

*Математические методы**

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий и лабораторных работ, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

Результаты обучения (усвоенные знания, освоенные умения)	***Формы и методы контроля и оценки результатов обучения***
В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:	
составлять простейшие математические модели задач, возникающих в практической деятельности людей	Оценка продукта учебной деятельности продукта (математической модели) сравнением с эталоном на дифференцированном зачете.
выбирать и обосновывать наиболее рациональный метод и алгоритм решения задачи, а также оценивать сложность выбранного алгоритма;	Оценка продукта учебной деятельности (выбранный метод решения) по критериям на практической работе
решать различные задачи с применением математических методов.	Оценка продукта учебной деятельности (алгоритма решения выданной задачи) по критериям(соответсвует эталону) на дифференцированном зачете.
В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:	
основные понятия моделирования;	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом) на дифференцированном зачёте
основные методологические подходы к решению математических задач, возникающих в ходе практической деятельности людей;	

Разработчик:

СКСЭиП	преподаватель	И.И. Шалаева	________
(место работы)	(занимаемая должность)	(инициалы, фамилия)	(подпись)

Эксперты:

СКСЭиП	преподаватель	________	________
(место работы)	(занимаемая должность)	(инициалы, фамилия)	(подпись)
СКСЭиП	преподаватель	________	________
(место работы)	(занимаемая должность)	(инициалы, фамилия)	(подпись)

ПРИЛОЖЕНИЕ
К РАЗДЕЛУ 4 РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
*Математические методы**

Результаты обучения (усвоенные знания, освоенные умения)	*Основные показатели оценки результата*	*Формы и методы контроля и оценки результатов обучения*
В результате освоения учебной дисциплины студент должен **уметь**		
составлять простейшие математические модели задач, возникающих в практической деятельности людей	Математическая модель задачи соответствует выданному заданию	Оценка продукта учебной деятельности продукта (математической модели) сравнением с эталоном на дифференцированном зачете.
выбирать и обосновывать наиболее рациональный метод и алгоритм решения задачи, а также оценивать сложность выбранного алгоритма;	Выбранный алгоритм решения задачи соответствует эталону	Оценка продукта учебной деятельности (выбранный метод решения) по критериям на практической работе
разрабатывать алгоритмы для решения различных задач с применением математических методов.	Алгоритм, разработанный к выданной задаче соответствует эталону	Оценка продукта учебной деятельности (алгоритма решения выданной задачи) по критериям(соответсвует эталону) на дифференцированном зачете.
В результате освоения учебной дисциплины студент должен **знать**		
основные понятия моделирования;	Формулировка основных понятий соответствует эталону	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом) на дифференцированном зачёте
основные методологические подходы к решению математических задач, возникающих в ходе практической деятельности людей;	Метод, выбранный для решения выданной задачи, является наиболее рациональным	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом) на дифференцированном зачёте

РАЗДЕЛ 2 ЛЕКЦИОННЫЙ МАТЕРИАЛ

Лекция № 1.

Тема: Модели и процесс моделирования операций

Вид занятия: изучение нового материала

Цель занятия: Познакомится с понятием «модель»

Задачи: а) научить составлять модели;

б) формирование образного мышления

в) развитие памяти, интереса к предмету.

Оборудование: доска, компьютер, презентация.

Содержание

На этой лекции мы обсудим одно из самых популярных понятий, которое используется практически во всех научных дисциплинах и оказывается незаменимым при решении большого класса прикладных задач. Для начала определим, что есть модель и что есть моделирование.

Методологическая основа моделирования заключается в следующем. Исследование объектов и систем объектов окружающего мира зачастую начинается с построения гипотезы об их устройстве, функционировании и динамике развития. Гипотезы строятся на основании опытных данных, догадок или наблюдений. Любая гипотеза должна быть проверена в ходе эксперимента. Когда мы начинаем строить гипотезу, то, как правило, основываемся на каких-то проверенных опытным путём аналогиях. Что есть аналогия? Это некоторое суждение о частичном сходстве двух объектов. Именно на аналогии строятся современные научные гипотезы, которые сводятся, например, к упрощённым и удобным для исследования логическим схемам рассуждений. Такие логические схемы, упрощающие рассуждения, построения, сам эксперимент, и называются моделями.

Таким образом, модель — это некий заместитель объекта-оригинала, обладающий существенными для исследователя свойствами оригинала.

Соответственно, моделирование — это замещение одного объекта другим с целью получения информации о свойствах объекта-оригинала с помощью объекта-модели.

Итак, можем дать определение модели:

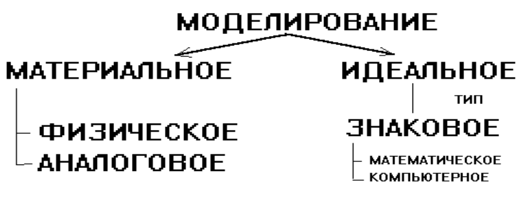
Модель - это такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе изучения замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты.

Как мы уже говорили, *человек применяет модели с незапамятных времен при изучении сложных явлений, процессов, конструировании новых сооружений. Хорошо построенная модель, как правило, доступнее для исследования, нежели реальный объект. Более того, некоторые объекты вообще не могут быть изучены непосредственным образом: недопустимы, например, эксперименты с экономикой страны в познавательных целях; принципиально неосуществимы эксперименты с прошлым или, скажем, с планетами Солнечной системы и т.п.*

<u>Модель позволяет научиться правильно управлять объектом, апробируя различные варианты управления на модели этого объекта.</u> Экспериментировать в этих целях с реальным объектом в лучшем случае бывает неудобно, а зачастую просто вредно или вообще невозможно в силу ряда причин (большой продолжительности эксперимента во времени, риска привести объект в нежелательное и необратимое состояние и т.п.)

Процесс построения модели называется моделированием.

<u>Другими словами, моделирование - это процесс изучения строения и свойств оригинала с помощью модели.</u>



Различают материальное и идеальное моделирование.

Материальное моделирование, в свою очередь, делится на физическое и аналоговое моделирование.

Физическим принято называть моделирование, при котором реальному объекту противопоставляется его увеличенная или уменьшенная копия, допускающая исследование (как правило, в лабораторных условиях) с помощью последующего перенесения свойств изучаемых процессов и явлений с модели на объект на основе теории подобия.

<u>Примеры: в астрономии - планетарий, в архитектуре - макеты зданий, в самолетостроении - модели летательных аппаратов и т.п.</u>

Аналоговое моделирование основано на аналогии процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но одинаково описываемых формально (одними и теми же математическими уравнениями).

Итак, основные выводы, касающиеся моделирования:

1. Моделирование — это метод познания окружающей действительности.
2. Моделирование — познавательный процесс, включающий в себя обработку информации об объектах-оригиналах и явлениях, в результате которой появляются образы-аналогии (модели), соответствующие оригиналам.

В процессе моделирования всегда есть объект исследования, сам исследователь с поставленной конкретной задачей и модель объекта, которая создаётся для решения поставленной задачи.

Цель моделирования

Наверное, самым важным этапом моделирования является определение цели моделирования на этапе постановки задачи. Вполне естественно, что именно цель позволяет определить, какие характеристики объекта-оригинала считать существенными, а какими можно пренебречь. Цель определяет, каковы будут методы решения поставленной задачи, какие средства, например, программная среда, будут выбраны, и каким образом будут отображены результаты исследования. Если биолог постарается рассмотреть, например, полено с точки зрения биологии и определит возраст срубленного дерева, то художник увидит некое творческое применение красиво искривлённому сучку, то есть модель отображает не объект-оригинал, а то, что в нём интересует и соответствует выбранной цели моделирования.

В основном модели строятся для познания окружающего мира, и моделирование процессов, явлений, объектов позволяет делать предположения о природе вещей и исследовать построенные с определённой целью модели.

Целями моделирования являются:

1. Понимание того, как устроен объект, каковы его структура, основные свойства, законы развития и взаимодействия с окружающей средой. Такие модели помогают понять, как устроен конкретный объект, узнать его основные свойства, установить законы его развития и взаимодействия с окружающим миром. В этом случае целью построения модели является познание окружающего мира.
2. Управление объектом или процессом и определение наилучших способов управления при заданных целях.
3. Создание объектов с заданными свойствами.
4. Прогнозирование последствий воздействия на объект.

Таким образом, от выбора цели моделирования зависит, какую модель вы построите.

<u>**Задания**</u>

1. Определите объект моделирования, метод моделирования и цель.

Задача	**Объект**	**Метод**	**Цель**
Художнику заказывают нарисовать пейзаж.			
Биологу поручают исследование популяции дрозофилы.			
Для покупки квартиры нужно взять в банке кредит.			

2. Объясните различие моделей бабочки с точки зрения биолога, художника, рыболова, фотографа, скульптора.
3. Попробуйте рассмотреть ваше любимое стихотворение как модель.

4. Изобразите графом-моделью фразу «Я знаю, что ты знаешь, что я знаю».

Материальные модели – это физическое подобие объекта моделирования, **информационная модель** – это описание объекта.

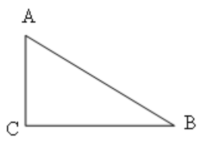
Информационная модель – совокупность информации, характеризующая свойства и состояния объекта, процесса, явления, а также взаимосвязь с внешним миром.

Информационные модели могут быть словесные, графические, математические и табличные. Словесная модель описывает объект моделирования на разговорном языке. Графические модели представляют собой чертежи, графики или схемы реальных объектов. В математических моделях объекты описываются с помощью математических формул, табличные модели представляют собой совокупность данных, расположенных в прямоугольной таблице. В информатике информационное моделирование – это компьютерное моделирование, то есть построение моделей объектов с использованием компьютера. Обычно моделирование применяется для прогнозирования каких-либо изменений в объекте моделирования, компьютерное моделирование позволяет проследить эти изменения в реальном времени.

При построении компьютерной модели сначала производится системный анализ моделируемого объекта, определяется его состав и порядок взаимодействия всех его частей. Затем строится теоретическая информационная модель, которая реализуется на компьютере с помощью специального программного обеспечения или языков программирования высокого уровня.

Информационная модель прямоугольного треугольника:

- Геометрическая модель:



- Словесная модель: «Прямоугольным треугольником называется треугольник, у которого один из углов прямой»
- Математическая модель: $<A+<B+<C=180°$, $AB^2=AC^2+BC^2$

Обращаю ваше внимание на математическую модель. Она записана математическим языком или формальным языком. Мы с вами знаем, что языки бывают естественные и формальные. Естественные языки используются для создания описательных информационных моделей. С помощью формальных языков строятся формальные информационные модели (математические, логические и др.). Одним из наиболее широко используемых формальных языков является математика. Модели, построенные с использованием математических понятий и формул, называются математическими моделями. Язык математики является совокупностью формальных языков. С некоторыми из них (алгебра, геометрия, тригонометрия) вы знакомитесь в школе, с другими (теория множеств, теория вероятностей и др.) сможете ознакомиться в процессе дальнейшего обучения.

Процесс построения информационных моделей с помощью формальных языков называется формализацией.

Любая информационная система является системой. Система = элементы + связи между ними.

Системы бывают:

- Материальные (человек, самолет, дерево);
- Нематериальные (человеческий язык, математика);
- Смешанные (школьная система).

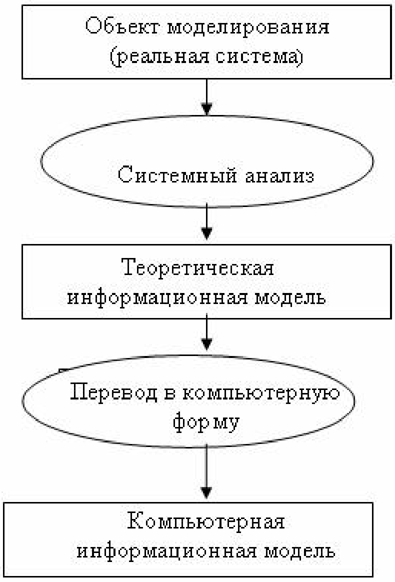
А какую особенность можно отметить у системы? При объединении элементов в систему у системы появляются новые свойства, которыми не обладал ни один из элементов системы. Каждая система имеет структуру. Структура системы – определенный порядок объединения элементов системы.

Этапы моделирования:

1. Постановка задачи: описание задачи, цель моделирования, формализация задачи
2. Разработка модели: информационная модель, компьютерная модель
3. Компьютерный эксперимент – план эксперимента, проведение исследования
4. Анализ результатов моделирования

Этапы информационного моделирования

Построение информационной модели начинается с *системного анализа* объекта моделирования. Представим себе быстро растущую фирму, руководство которой столкнулось с проблемой снижения эффективности работы фирмы по мере ее роста (что является обычной ситуацией) и решило упорядочить управленческую деятельность.



Первое, что необходимо сделать на этом пути, — провести системный анализ деятельности фирмы. Системный аналитик, приглашенный в фирму, должен изучить ее деятельность, выделить участников процесса управления и их деловые взаимоотношения, т.е. объект моделирования анализируется как система. Результаты такого анализа формализуются: представляются в виде таблиц, графов, формул, уравнений, неравенств и пр. Совокупность таких описаний есть **теоретическая модель системы.**

Следующий этап формализации — теоретическая модель переводится в формат компьютерных данных и программ. Для этого используется либо готовое программное обеспечение, либо привлекаются программисты для его разработки. В конечном итоге получается **компьютерная информационная модель,** которая будет использоваться по своему назначению.

Для примера с фирмой с помощью компьютерной модели может быть найден оптимальный вариант управления, при котором будет достигнута наивысшая эффективность работы фирмы согласно заложенному в модель критерию (например, получение максимума прибыли на единицу вложенных средств).

Тема: Классификация математических методов и моделей.

Вид занятия: изучение нового материала

Цель занятия: Познакомить с различными классификациями моделей

Задачи: а) научить определять вид модели;

б) формирование навыков процесса моделирования

в) развитие аналитического мышления, интереса к предмету.

Оборудование: доска, компьютер, презентация.

Содержание

1. Экономико математические модели
2. Классификация математических моделей
3. Принципы построения экономико-математических моделей
4. Этапы экономико-математического моделирования

Экономико математические модели

Очевидно, что все существующие модели могут быть условно разделены на два класса - модели материальные, т.е. объективно существующие (которые можно "потрогать руками"), и модели абстрактные, существующие в сознании человека. Одним из подклассов абстрактных моделей являются модели математические.

Предметом нашего изучения в рамках курса будут математические модели, применяемые для анализа различных явления и процессов, имеющих экономическую природу.

Применение математических методов существенно расширяет возможности экономического анализа, позволяет сформулировать новые постановки экономических задач, повышает качество принимаемых управленческих решений.

Математические модели экономики, отражая с помощью математических соотношений основные свойства экономических процессов и явлений, представляют собой эффективный инструмент исследования сложных экономических проблем.

В современной научно-технической деятельности математические модели являются важнейшей формой моделирования, а в экономических исследованиях и практике планирования и управления – доминирующей формой.

Математические модели экономических процессов и явлений называют **экономико-математическими моделями (ЭММ)**.

На базе использования ЭММ реализуются прикладные программы, предназначенные для решения задач экономического анализа, планирования и управления.

Математические модели являются важнейшим компонентом (наряду с базами данных, техническими средствами, человеко-машинным интерфейсом) так называемых систем поддержки решений.

Система поддержки решений (СПР) - это человеко-машинная система, позволяющая использовать данные, знания, объективные и субъективные модели для анализа и решения слабоструктурированных и неструктурированных проблем.

Классификация математических моделей

Классифицировать экономико-математические модели можно по различным основаниям.

1. По целевому назначению модели можно делить на:

- теоретико-аналитические, применяемые для исследования наиболее общих свойств и закономерностей развития экономических процессов;
- прикладные, используемые для решения конкретных задач.

2. По уровням исследуемых экономических процессов:

- производственно-технологические;
- социально-экономические.

3. По характеру отражения причинно-следственных связей:

- детерминированные;

•недетерминированные (вероятностные, стохастические), учитывающие фактор неопределённости.

4. По способу отражения фактора времени:

- статические. Здесь все зависимости относятся к одному моменту или периоду времени);
- динамические, характеризующие изменения процессов во времени.

5. По форме математических зависимостей:

- линейные. Наиболее удобны для анализа и вычислений, вследствие чего получили большое распространение;
- нелинейные.

6. По степени детализации (степени огрубления структуры):

- агрегированные ("макромодели");
- детализированные ("микромодели").

Для понимания структуры нашего курса важное значение имеет схема, представленная на рисунке 1.3. В правой части рисунка показаны основные классы экономико-математических методов (классификация по используемому математическому аппарату), а в левой части - важнейшие направления применения методов.

Следует помнить также, что каждый из методов может быть применен для решения различных по специфике задач. И наоборот, одна и та же задача может решаться различными методами.

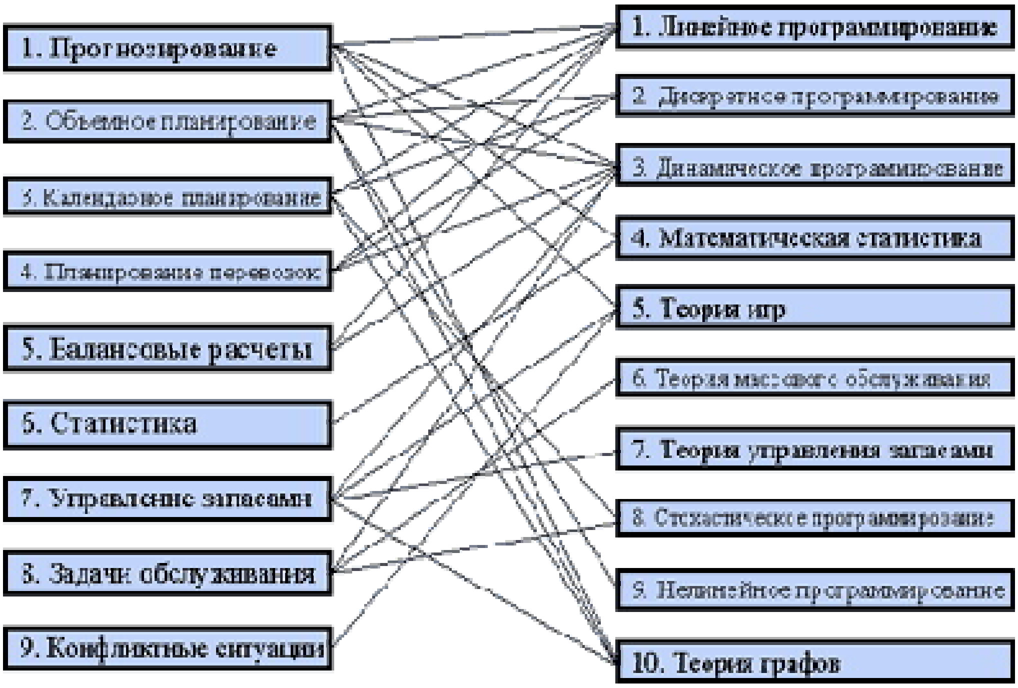


Рисунок 1.3 - Важнейшие области применения основных классов ЭММ

На схеме экономико-математические методы представлены в виде некоторых укрупненных группировок. В двух словах опишем их.

1. Линейное программирование - линейное преобразование переменных в системах линейных уравнений. Сюда можно отнести: симплекс-метод, распределительный метод, статический матричный метод решения материальных баллансов.

2. Дискретное программирование представленно двумя классами методов: локализационные и комбинаторные методы. К локализационным относятся методы линейного целочисленного программирования. К комбинаторным, например, метод ветвей и границ.

3. Математическая статистика используется для корреляционного, регресионного и дисперсионного анализа экономических процессов и явлений. Корреляционный анализ применяется для установления тесноты связи между двумя или более стохастически независимыми процессами или явлениями. Регрессионный анализ устанавливает зависимость случайной величины от неслучайного аргумента. Дисперсионный анализ - установление зависимости результатов наблюдений от одного или нескольких факторов в целях выявления важнейших.

4. Динамическое программирование используется для планирования и анализа экономических процессов во времени. Динамическое программирование представляется в виде многошагового вычислительного процесса с последовательной оптимизацией целевой функции. Некоторые авторы относят сюда же *имитационное моделирование*.

5. Теория игр представляется совокупностью методов, используемых для определения стратегии поведения конфликтующих сторон.

6. Теория массового обслуживания - большой класс методов, где на основе теории вероятностей оцениваются различные параметры систем, характеризуемых как системы массового обслуживания.

7. Теория управления запасами объединяет в себе методы решения задач, в общей формулировке сводящихся к определению рационального размера запаса какой-либо продукции при неопределенном спросе на нее.

8. Стохастическое программирование. Здесь исследуемые параметры являются случайными величинами.

9. Нелинейное программирование относится к наименее изученному, применительно к экономическим явлениям и процессам, математическому направлению.

10. Теория графов - направление математики, где на основе определенной символики представляется формальное описание взаимосвязанности и взаимообусловленности множества элементов (работ, ресурсов, затрат и т.п.). До настоящего времени наибольшее практическое применение получили так называемые *сетевые графики*.

3. Принципы построения экономико-математических моделей

1. Принцип достаточности исходной информации. В каждой модели должна использоваться только та информация, которая известна с точностью, требуемой для получения результатов моделирования.

2. Принцип инвариантности (однозначности) информации требует, чтобы входная информация, используемая в модели, была независима от тех параметров моделируемой системы, которые еще неизвестны на данной стадии исследования.

3. Принцип преемственности. Сводится к тому, что каждая последующая модель не должна нарушать свойств объекта, установленных или отраженных в предыдущих моделях.

4. Принцип эффективной реализуемости. Необходимо, чтобы модель могла быть реализована при помощи современных вычислительных средств.

4.Этапы экономико-математического моделирования

Основные этапы процесса моделирования были рассмотрены нами выше (рисунок 1.2). В различных отраслях знаний они приобретают свои специфические черты. Проанализируем последовательность и содержание этапов одного цикла экономико-математического моделирования (рисунок 1.4).

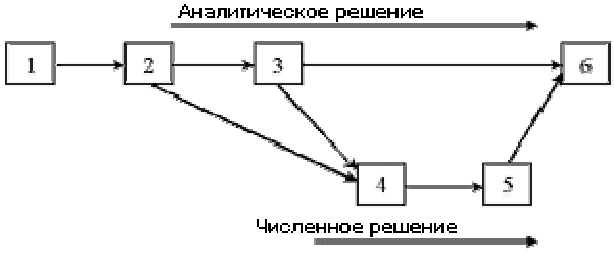


Рисунок 1.4 - Этапы экономико-математического моделирования

1. Постановка проблемы и её качественный анализ. Главное на этом этапе - чётко сформулировать сущность проблемы, определить принимаемые допущения, а также определить те вопросы, на которые требуется получить ответ.

Этап включает выделение важнейших черт и свойств моделируемого объекта, основных зависимостей, связывающих его элементы. Здесь же происходит формулирование гипотез, хотя бы предварительно объясняющих поведение объекта.

2. Построение математической модели. Это этап формализации задачи, т.е. выражения ее в виде математических зависимостей и отношений (функций, уравнений, неравенств, схем). Как правило, сначала определяется тип математической модели, а затем уточняются детали.

Неправильно полагать, что, чем больше факторов учитывает модель, тем лучше она работает и дает лучшие результаты. Излишняя сложность модели затрудняет процесс исследования. При этом нужно учитывать не только реальные возможности информационного и математического обеспечения, но и сопоставлять затраты на моделирование с получаемым эффектом (при возрастании сложности модели прирост затрат может превысить прирост эффекта).

3. Математический анализ модели. Цель - выявление общих свойств и характеристик модели. Применяются чисто математические приёмы исследования. Наиболее важный момент - доказательство существования решений в сформулированной модели. Если удастся доказать, что задача не имеет решения, то необходимость в последующей работе по данному варианту модели отпадает; следует скорректировать либо постановку задачи, либо способы ее математической формализации.

Однако модели сложных экономических объектов с большим трудом поддаются аналитическому исследованию. В тех случаях, когда не удается выяснить общих свойств модели аналитическими методами, а упрощение модели приводит к недопустимым результатам, прибегают к численным методам исследования.

4. Подготовка исходной информации. Численное моделирование предъявляет жесткие требования к исходной информации. В то же время реальные возможности получения информации существенно ограничивают выбор используемых моделей. При этом принимается во внимание не только возможность подготовки информации (за определенный срок), но и затраты на подготовку соответствующих информационных массивов. Эти затраты не должны превышать эффекта от использования данной информации.

5. Численное решение. Это составление алгоритмов, разработка программ и непосредственное проведение расчётов на ЭВМ.

6. Анализ результатов и их применение. На заключительной стадии проверяются правильность, полнота и степень практической применимости полученных результатов.

Естественно, что после каждой из перечисленных стадий возможен возврат к одной из предыдущих в случае необходимости уточнения информации, пересмотра результатов выполнения отдельных этапов. Например, если на этапе 2 формализовать задачу не удается, то необходимо вернуться к постановке проблемы (этап 1). Соответствующие связи на рисунке 1.4 не показаны, чтобы не загромождать схему.

Наконец, выясним, как соотносятся между собой общая схема процесса моделирования (рисунок 1.2) и этапы экономико-математического моделирования (рисунок 1.4).

Первые пять стадий более дифференцированно характеризуют процесс экономико-математического исследования, чем общая схема: стадии 1 и 2 соответствуют этапу I общей схемы, стадии 3, 4 и 5 - этапу II. Напротив, стадия 6 включает этапы III и IV общей схемы.

Тема занятия:: ***Основные понятия имитационного моделирования***

Вид занятия: Урок изучения нового

Тип занятия: Комбинированный урок

Цель и задачи занятия:

Учебная:

- Формирование представления об имитационном моделировании.
- Постановка задачи неограниченного роста.

Воспитательная:.

- Сформировать познавательную потребность.

Развивающая:

- Развитие логического и аналитического мышления.

Основные методы, **применяемые на занятии**: объяснение нового материала, обсуждение.

Обеспечение занятия: доска, мел,

План лекции:

1. Основные понятия имитационного моделирования
2. Применение имитационного моделирования

Содержание

Имитационное моделирование (ситуационное моделирование) — метод, позволяющий строить модели, описывающие процессы так, как они проходили бы в действительности. Такую модель можно «проиграть» во времени как для одного испытания, так и заданного их множества. При этом результаты будут определяться случайным характером процессов. По этим данным можно получить достаточно устойчивую статистику.

Имитационное моделирование — это метод исследования, при котором изучаемая система заменяется моделью, с достаточной точностью описывающей реальную систему, с которой проводятся эксперименты с целью получения информации об этой системе. Экспериментирование с моделью называют имитацией (имитация — это постижение сути явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте).

Имитационное моделирование — это частный случай математического моделирования. Существует класс объектов, для которых по различным причинам не разработаны аналитические модели, либо не разработаны методы решения полученной модели. В этом случае аналитическая модель заменяется имитатором или имитационной моделью.

Имитационным моделированием иногда называют получение частных численных решений сформулированной задачи на основе аналитических решений или с помощью численных методов[1].

Имитационная модель — логико-математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки функционирования объекта.

Применение имитационного моделирования

К имитационному моделированию прибегают, когда:

- дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;
- невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические (случайные) переменные;
- необходимо сымитировать поведение системы во времени.

Цель имитационного моделирования состоит в воспроизведении поведения исследуемой системы на основе результатов анализа наиболее существенных взаимосвязей между её элементами или другими словами — разработке симулятора (англ. simulation modeling) исследуемой предметной области для проведения различных экспериментов.

Имитационное моделирование позволяет имитировать поведение системы во времени. Причём плюсом является то, что временем в модели можно управлять: замедлять в случае с быстропротекающими процессами и ускорять для моделирования систем с медленной изменчивостью. Можно имитировать поведение тех объектов, реальные эксперименты с которыми дороги, невозможны или опасны. С наступлением эпохи персональных компьютеров производство сложных и уникальных изделий, как правило, сопровождается компьютерным трёхмерным имитационным моделированием. Эта точная и относительно быстрая технология позволяет накопить все необходимые знания, оборудование и полуфабрикаты для будущего изделия до начала производства[источник не указан 284 дня]. Компьютерное 3D-моделирование теперь не редкость даже для небольших компаний[источник не указан 284 дня].

Имитация как метод решения нетривиальных задач получила начальное развитие в связи с созданием ЭВМ в 1950-х — 1960-х годах.

Можно выделить две разновидности имитации:

- Метод Монте-Карло (метод статистических испытаний);
- Метод имитационного моделирования (статистическое моделирование).

Тема: *Графический метод решения задач линейного программирования*

Вид занятия: изучение нового материала

Цель занятия: изучить основных этапы графического метода решения задачи

Задачи: а) научить находить ОДР;

б) формирование логического мышления

в) развитие памяти, интереса к предмету.

Оборудование: доска, мел

План лекции

1. Общая постановка задачи линейного программирования (ЗЛП).
2. Графический метод решения задач линейного программирования

Содержание

1. Общая постановка задачи линейного программирования (ЗЛП).

Линейное программирование – направление математики, изучающее методы решения экстремальных задач, которые характеризуются линейной зависимостью между переменными и линейным критерием оптимальности.

Несколько слов о самом термине линейное программирование. Он требует правильного понимания. В данном случае программирование - это, конечно, не составление программ для ЭВМ. Программирование здесь должно интерпретироваться как планирование, формирование планов, разработка программы действий.

К математическим задачам линейного программирования относят исследования конкретных производственно-хозяйственных ситуаций, которые в том или ином виде интерпретируются как задачи об оптимальном использовании ограниченных ресурсов.

Круг задач, решаемых при помощи методов линейного программирования достаточно широк. Это, например:

-задача об оптимальном использовании ресурсов при производственном планировании;

- задача о смесях (планирование состава продукции);

- задача о нахождении оптимальной комбинации различных видов продукции для хранения на складах (управление товарно-материальными запасами или "задача о рюкзаке");

- транспортные задачи (анализ размещения предприятий, перемещение грузов).

Линейное программирование – наиболее разработанный и широко применяемый раздел математического программирования (кроме того, сюда относят: целочисленное, динамическое, нелинейное, параметрическое программирование). Это объясняется следующим:

✓ математические модели большого числа экономических задач линейны относительно искомых переменных;

✓ данный тип задач в настоящее время наиболее изучен. Для него разработаны специальные методы, с помощью которых эти задачи решаются, и соответствующие программы для ЭВМ;

✓ многие задачи линейного программирования, будучи решенными, нашли широкое применение;

✓ некоторые задачи, которые в первоначальной формулировке не являются линейными, после ряда дополнительных ограничений и допущений могут стать линейными или могут быть приведены к такой форме, что их можно решать методами линейного программирования.

Построение математической модели экономической задачи включает следующие этапы:

1) выбор переменных задачи;

2) составление системы ограничений;

3) выбор целевой функции.

Переменными задачи называются величины $x_1\ x_2,\dots,\ x_n$, которые полностью характеризуют экономический процесс. Их обычно записывают в виде вектора $X = (x_1\ x_2,\ \dots,\ x_n)$.

Система ограничений включает в себя систему уравнений и неравенств, которым удовлетворяют переменные задачи и которые следуют из ограниченности ресурсов или других экономических или физических условий, например положительности переменных и т.п.

Целевой функцией называют функцию переменных задачи, которая характеризует качество выполнения задачи, и экстремум которой требуется найти.

Общая задача математического программирования формулируется следующим образом: найти экстремум целевой функции

$$Z(X) = f(x_1, x_2, ..., x_n) \to \max(\min) \qquad (1.1)$$

и соответствующие ему переменные при условии, что эти переменные удовлетворяют системе ограничений

$$\begin{cases} \varphi(x_1, x_2, ..., x_n) = 0, & i = 1,2,...,l, \\ \varphi(x_1, x_2, ..., x_n) \le (\ge) 0, & i = l+1, l+2, ..., m. \end{cases} \qquad (1.2)$$

Если целевая функция (1.1) и система ограничений (1.2) линейны, то задача математического программирования называется задачей *линейного* программирования.

Допустимым решением (планом) задачи линейного программирования называется любой n-мерный вектор $X = x_1, x_2, ..., x_n$ удовлетворяющий системе ограничений и условиям неотрицательности.

Множество допустимых решений задачи образует **область допустимых решений (ОДР).**

Оптимальным решением (планом) задачи линейного программирования называется такое допустимое решение (план) задачи, при котором целевая функция достигает экстремума.

Так как в данном случае решается задача на экстремум, то возникает вопрос: можно ли использовать классические методы исследования на экстремум функции многих переменных. Применим необходимое условие экстремума функции, которое состоит в том, что частные производные функции многих переменных или равны нулю, или не существуют. В данном случае

$$\frac{\partial Z}{\partial x_i} = c_i = 0, \quad i = 1,2,...,n.$$

Но если все $c_i = 0$, то и $Z = 0$, т.е. экстремум функции не обнаруживается. Связано это с тем, что производную можно использовать для определения экстремума только во внутренних точках области решений, а в данном случае экстремум, как будет показано далее, находится на границах области. Отсюда и возникает необходимость разработки специальных методов поиска экстремума.

Экономико-математическая модель любой задачи линейного программирования включает: целевую функцию, оптимальное значение которой (максимум или минимум) требуется отыскать; ограничения в виде системы линейных уравнений или неравенств; требование неотрицательности переменных.

В общем виде модель записывается следующим образом:

1. целевая функция:

$$f(\overline{x}) = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \to \max(\min); \qquad (1)$$

2. ограничения:

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \ \{\le = \ge\}\ b_1, \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \ \{\le = \ge\}\ b_2, \\ &\qquad ... \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \ \{\le = \ge\}\ b_m; \end{aligned} \qquad (2)$$

3. требование неотрицательности:

$$x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,n} \qquad (3)$$

При этом a_{ij}, b_i, c_j ($i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$) - заданные постоянные величины.

Задача состоит в нахождении оптимального значения функции (1) при соблюдении ограничений (2) и (3).

Систему ограничений (2) называют функциональными ограничениями задачи, а ограничения (3) - прямыми.

Графический метод решения задач линейного программирования

Если система ограничений задачи линейного программирования представлена в виде системы линейных неравенств с двумя переменными, то такая задача может быть решена геометрически. Таким образом, данный метод решения ЗЛП имеет очень узкие рамки применения.

Однако метод представляет большой интерес с точки зрения выработки наглядных представлений о сущности задач линейного программирования.

Задача с двумя переменными

Пусть требуется найти максимальное значение функции

$$Z(X) = c_1x_1 + c_2x_2 \qquad (2.1)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \le b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots . \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \le b_m, \end{cases} \qquad (2.2)$$

$x1 \ge 0, \quad x2 \ge 0.$

Допустим, что система ограничений (2.2) совместна, т.е. имеет решение, а многоугольник ее решений (ОДР) ограничен.

Каждое из неравенств (2.2) определяет полуплоскость с границей $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i, \quad i = 1,2,...,m$ или $x_1 = 0, \quad x_2 = 0$. Представим этот многоугольник на плоскости Ox_1x_2 (рис.1).

Линейная функция (2.1) при фиксированных значениях *Z(X)* является уравнением прямой линии

$$c_1x_1 + c_2x_2 = const.$$

Изобразим прямую, соответствующую линейной функции, при *Z(X)* = 0. Эта прямая пройдет через начало координат. Другим значениям *Z(X)* будут соответствовать прямые, параллельные друг другу.

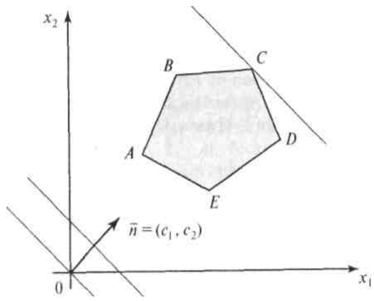


Рис.1

Прямая, уравнение которой получено из целевой функции задачи при равенстве ее постоянной величине, называется **линией уровня.**

Известно, что коэффициенты при переменных в линейном уравнении являются координатами нормального вектора к соответствующей прямой или плоскости. Следовательно, нормальный вектор линий уровня *n* имеет координаты c_1, и c_2, т.е. $\bar{n} = (c_1, c_2)$.

Если перемещать линию уровня параллельно ее начальному положению в направлении вектора $\bar{n}$, то для данного случая (рис.1) последней точкой, в которой линия уровня коснется ОДР, окажется точка *C*.

Линия уровня, имеющая общие точки с ОДР и расположенная так, что **ОДР** целиком находится в одной из полуплоскостей, называется **опорной прямой.**

Теорема Значения целевой функции в точках линии уровня увеличиваются, если линию уровня перемещать параллельно начальному положению в направлении нормали, и убывают при перемещении в противоположном направлении.

Таким образом, *алгоритм* решения задачи линейного программирования с двумя переменными графическим методом таков:

1. Строится область допустимых решений.
2. Строится вектор $\bar{n} = (c_1, c_2)$ с точкой приложения в начале координат.
3. Перпендикулярно вектору $\bar{n}$ проводится одна из линий уровня, например линия уровня, соответствующая уравнению $c_1x_1 + c_2x_2 = 0$.
4. Линия уровня перемещается параллельно самой себе в направлении увеличения (при поиске максимума) или уменьшения (при поиске минимума) целевой функции. В результате, либо отыщется точка, в которой целевая функция принимает максимальное (минимальное) значение, либо будет установлена неограниченность функции на множестве решений.
5. Определить координаты точки максимума (минимума) функции и вычислить значение функции в этой точке.

В зависимости от вида ОДР и целевой функции *Z(X)* задача может иметь единственное решение (рис. 2 а), бесконечное множество решений (рис. 2 б) или не иметь ни одного оптимального решения (рис. 2).

Н рис. 2 а линия уровня дважды становится

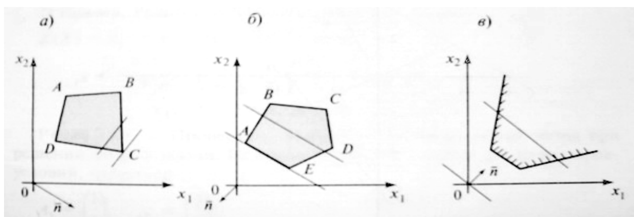


Рис 2

опорной по отношению к многоугольнику решений. Минимальное значение целевой функции линия уровня обеспечивает в точке *А,* максимальное — в точке С. На рис. 2 б минимальное значение целевая функция принимает на опорной прямой, совпадающей с одной из сторон многоугольника. На рис. 2 в ОДР не ограничена в сторону увеличения значений целевой функции.

Далее рассмотрим пример решения ЗЛП графическим методом.

Компания специализируется на выпуске хоккейных клюшек и наборов шахмат. Каждая клюшка приносит прибыль в размере $2, а каждый шахматный набор - в размере $4. На изготовление одной клюшки требуется 4 часа работы на участке А и 2 часа работы на участке В. Шахматный набор изготавливается с затратами 6 часов на участке А, 6 часов на участке В и 1 часа на участке С. Доступная производственная мощность участка А составляет 120 н-часов в день, участка В - 72 н-часа и участка С - 10 н-часов. Сколько клюшек и шахматных наборов должна выпускать компания ежедневно, чтобы получать максимальную прибыль?

Таблица 2.1 - Исходные данные задачи об использовании производственных ресурсов

Производственные участки	**затраты времени на единицу продукции, н-час**		**доступный фонд времени, н-час**
	клюшки	наборы шахмат	
А	4	6	120
В	2	6	72
С	-	1	10
прибыль на единицу прод , $	2	4	

По данному условию сформулируем задачу линейного программирования.

1. Обозначим: x_1 - количество выпускаемых ежедневно хоккейных клюшек,
x_2 - количество выпускаемых ежедневно шахматных наборов.

Формулировка ЗЛП:

$$f(\bar{x}) = 2x_1 + 4x_2 \to \max;$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \le 120, \\ 2x_1 + 6x_2 \le 72, \\ x_2 \le 10; \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

Подчеркнем, что каждое неравенство в системе функциональных ограничений соответствует в данном случае тому или иному производственному участку, а именно: первое - участку А, второе - участку В, третье - участку С.

2. Теперь построим прямые, соответствующие каждому из функциональных ограничений задачи (см. рис. 2.1). Эти прямые обозначены на рисунке (1), (2) и (3).

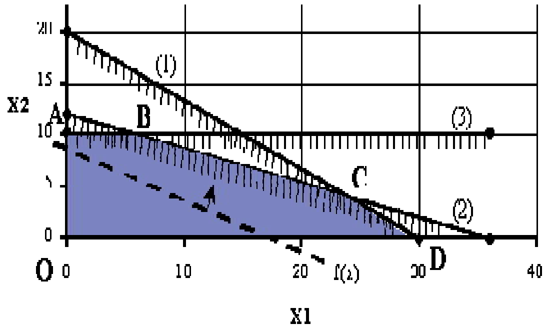
3. Штрихи на прямых указывают полуплоскости, определяемые ограничениями задачи.

4. Область допустимых решений включает в себя точки, для которых выполняются все ограничения задачи. В нашем случае область представляет собой пятиугольник (на рисунке обозначен ABCDO и окрашен синим цветом).

5. Прямая, соответствующая целевой функции, на рисунке представлена пунктирной линией.

6. Прямую передвигаем параллельно самой себе вверх (направление указано стрелкой), поскольку именно при движении в этом направлении значение целевой функции увеличивается. Последней точкой многоугольника решений, с которой соприкоснется передвигаемая прямая, прежде чем покинет его, является точка С. Это и есть точка, соответствующая оптимальному решению задачи.

7. Осталось вычислить координаты точки С. Она является точкой пересечения прямых (1) и (2). Решив совместно уравнения этих прямых, найдем: $x_1^* = 24$, $x_2^* = 4$. Подставляя найденные величины в целевую функцию, найдем ее значение в оптимальной точке $f(\bar{x}^*) = 64$.



Таким образом, для максимизации прибыли компании следует ежедневно выпускать 24 клюшки и 4 набора. Реализация такого плана обеспечит ежедневную прибыль в размере $64.

Тема: *Стандартная (каноническая) форма записи ЗЛП*

Вид занятия: комбинированное занятие

Цель занятия: Познакомится с Каноническим видом записи задачи линейного программирования

Задачи: а) научить приводить задачи к каноническому виду;
б) формировать логическое мышление
в) развитие умения анализировать.

Оборудование: доска, мел.

Содержание:

1. Каноническая форма задачи линейного программирования
2. Способы приведения задач к каноническому виду

1. Каноническая форма задачи линейного программирования

В общем случае задача линейного программирования записывается так, что ограничениями являются как уравнения, так и неравенства, а переменные могут быть как неотрицательными, так и произвольно изменяющимися. В том случае, когда все ограничения являются уравнениями и все переменные удовлетворяют условию неотрицательности, задачу линейного программирования называют канонической. Она может быть представлена в координатной, векторной или матричной форме записи.

1. Каноническая задача линейного программирования в координатной записи имеет вид

$$Z(X) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to \max(\min), \tag{1.6}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1,2,\ldots,n.$$

Данную задачу можно записать, используя знак суммирования:

$$Z(X) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max(\min), \tag{1.7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b_i \quad i = 1,2,\ldots,m,$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1,2,\ldots,n.$$

2 Приведение задачи к стандартной форме ЗЛП

Любую задачу линейного программирования можно свести к задаче линейного программирования в канонической форме. Для этого в общем случае нужно уметь сводить задачу максимизации к задаче минимизации; переходить от ограничений неравенств к ограничениям равенств и заменять переменные, которые не подчиняются условию неотрицательности. Максимизация некоторой функции эквивалента минимизации той же функции, взятой с противоположным знаком, и наоборот.

Правило приведения задачи линейного программирования к каноническому виду состоит в следующем:

- если в исходной задаче требуется определить максимум линейной функции, то следует изменить знак и искать минимум этой функции;
- если в ограничениях правая часть отрицательна, то следует умножить это ограничение на -1;
- если среди ограничений имеются неравенства, то путем введения дополнительных неотрицательных переменных они преобразуются в равенства;
- если некоторая переменная $\mathbf{x_j}$ не имеет ограничений по знаку, то она заменяется (в целевой функции и во всех ограничениях) разностью между двумя новыми неотрицательными переменными: $x_3 = x_3^+ - x_3^-$, где $x_3^+, x_3^- \geq 0$.

Задачи

. Привести к канонической форме следующие задачи линейного программирования.

1.	$x_1 - x_2 + 3x_3 \Rightarrow \min$ $2x_1 - x_2 + 3x_3 \le 5$ $x_1 + 2x_3 = 8$ $-x_1 - 2x_2 \ge 1$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0.$
2.	$2x_1 + x_2 - x_3 \Rightarrow \max$ $x_1 - 2x_2 + x_3 \ge 4$ $x_1 + x_2 - 3x_3 \le 9$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 10$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0.$
3.	$2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 \Rightarrow \min$ $x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + x_5 = 5$ $-2x_2 + 4x_3 + 4x_4 \le 4$	$x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0;\ x_5 \ge 0.$
4.	$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 \Rightarrow \max$ $-3x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 \ge 6$ $x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = 2$	$x_1 \ge 0;\ x_3 \ge 0;\ x_4 \ge 0;\ x_5 \ge 0.$
5.	$-2x_1 - x_2 + x_3 \Rightarrow \min$ $2x_1 - x_2 + 6x_3 \le 12$ $3x_1 + 5x_2 - 12x_3 = 14$ $-3x_1 + 6x_2 + 4x_3 \le 18$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0.$
6.	$-2x_1 + x_2 + 5x_3 \Rightarrow \max$ $4x_1 + 2x_2 + 5x_3 \le 12$ $6x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 18$ $3x_1 + 3x_2 - 2x_3 \ge 16$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0.$
7.	$2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \Rightarrow \min$ $-x_1 + x_2 + x_3 \ge 4$ $2x_1 - x_2 + x_3 \le 16$ $3x_1 + x_2 + x_3 \ge 18$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0.$
8.	$-3x_1 - 5x_2 - 6x_3 \Rightarrow \min$ $-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \ge 15$ $2x_1 + 5x_2 - 7x_3 \le 12$ $3x_1 - 2x_2 + 10x_3 \le 17$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0.$
9.	$-x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \Rightarrow \min$ $2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \le 6$ $x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \ge 8$ $3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 \le 10$ $-x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 15$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0;\ x_4 \ge 0.$
10.	$3x_1 - 2x_2 - 5x_4 + x_5 \Rightarrow \max$ $2x_1 + x_3 + x_4 + x_5 \le 2$ $x_1 - x_3 + 2x_4 + x_5 \le 3$ $+x_3 - x_4 + 2x_5 \le 6$ $x_1 - x_2 + x_4 - 5x_5 \ge 8$	$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0;\ x_3 \ge 0;\ x_4 \ge 0;\ x_5 \ge 0.$

Тема: *Симплекс-метод. Алгоритм симплекс-метода*

Вид занятия: комбинированное занятие

Цель занятия: Познакомится с алгоритмом решения задачи ЛП симплексным методом

Задачи: а) научить решать задачи ЛП симплексным методом;

б) формировать логическое мышление

в) развитие умения анализировать.

Оборудование: доска, мел.

Содержание:

1. Симплекс-метод
2. Свойства симплекс-метода
3. Алгоритм симплекс-метода

Симплекс-метод - это характерный пример итерационных вычислений, используемых при решении большинства оптимизационных задач. В данной главе рассматриваются итерационные процедуры такого рода, обеспечивающие решение задач с помощью моделей исследования операций.

Использование графического способа удобно только при решении задач линейного программирования с двумя переменными. При большем числе переменных необходимо применение алгебраического аппарата. В данной главе рассматривается общий метод решения задач линейного программирования, называемый симплекс-методом.

Информация, которую можно получить с помощью симплекс-метода, не ограничивается лишь оптимальными значениями переменных. Симплекс-метод фактически позволяет дать экономическую интерепритацию полученного решения и провести анализ модели на чувствительность .

Процесс решения задачи линейного программирования носит итерационный характер: однотипные вычислительные процедуры в определенной последовательности повторяются до тех пор, пока не будет получено оптимальное решение. Процедуры, реализуемые в рамках симплекс-метода, требуют применения вычислительных машин - мощного средства решения задач линейного программирования.

Рассмотрим симплекс-метод в общем виде. Исходную систему ограничений, а также формулу f удобно записать в виде:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= b_1 - (a_{1,r+1} + ... + a_{1n}x_n) \\ x_2 &= b_2 - (a_{2,r+1} + ... + a_{2n}x_n) \\ &.......... .... \\ x_r &= b_r - (a_{r,r+1} + ... + a_{1n}x_n) \end{aligned}\right\} \quad \begin{matrix}(1)\\ \\ (2)\end{matrix}$$

$f = \gamma_0 - (\lambda_{r+1}x_{r+1} + ... + \gamma_n x_n$ напомним, что все свободные члены $b_1, b_2,..b_r$, неотрицательны. Исходный базис Б здесь образован неизвестными $x_1,...,x_r$, а базисное решение есть

$$(b_1,...b_r,0,..0); \qquad (3)$$

значение f для этого решения равно $f_Á = \gamma_0$

Возможны два случая.

1. Все числа $\gamma_{r+1},..,\gamma_n$ неположительные. Тогда минимальное значение f достигается при $x_{r+1} = \ldots = x_n = 0$ т.е. базисное решение является оптимальным.

2. Среди чисел $\gamma_{r+1},\ldots,\gamma_n$ имеются положительные. Пусть γ_j где j-одно из чисел r+1,..,n.

Тогда можно попытаться, не изменяя нулевых значений всех небазисных неизвестных: кроме x_j, уменьшить значение f за счет увеличения x_j. Однако здесь следует соблюдать некоторую осторожность, так как выбор значения x_j, влияет на значение $x_1,\ldots,x_r$ и нужно следить за тем, чтобы ни одно из этих значений не стало отрицательным.

Полагая в (1) и (2) все числа $x_{r+1},\ldots,x_n$ равны нулю, кроме x_j получим

$$\begin{cases} x_1 = b_1 - a_{1j}x_j \\ x_2 = b_2 - a_{2j}x_j \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots \\ x_r = b_r - a_{rj}x_j \end{cases}$$
$$f = x_n - \gamma_j x_j$$

Здесь, в свою очередь, могут быть представлены два случая.

А.) Все величины $a_{1j},a_{2j},\ldots,a_{rj}$ неположительные. Тогда при любом положительном x_j имеем $x_1 \geq b_1, x_2 \geq b_2,\ldots,x_r \geq b_r$ следовательно, значения $x_1,x_2,\ldots,x_r$ неотрицательны. Что же касается формы f, то взяв в качестве x_j достаточно большое положительное число, можно (ввиду $\gamma_j > 0$) сделать значение f как угодно большим по абсолютной величине отрицательным числом. Таким образом, в случае А минимум f равен - ∞, или говоря точнее, не достигается.

В.) Среди величин $a_{1j},a_{2j},\ldots,a_{rj}$ имеются положительные. Пусть $a_{kj} > 0$, где k – одно из чисел 1, 2, … , r. Тогда x_j нельзя увеличить более чем до $\dfrac{b_k}{a_k}$, отвечающих положительным a_{nj},наименьшее; пусть это будет $\dfrac{b_1}{a_{1j}}$. Таким образом $\dfrac{b_1}{a_{1j}} = \min \dfrac{b_k}{a_{kj}}$ по всем k, для которых $a_{kj} > 0$.

Число a_{1j} называется разрешающим элементом.

В целях краткости обозначим указанный минимум через ρ. Если он достигается сразу при нескольких k, то в качестве j берем любое из них.

Очевидно, $\rho \geq 0$. Ясно, что теперь x_j можно увеличить до ρ (и не более, иначе x_j станет <0).

Полагая $x_{r+1} = 0,\ldots,x_{j-1} = 0, x_j = 0, x_{j+1} = 0,\ldots,x_n = 0$ (4)

найдем значение остальных неизвестных

$$\begin{cases} x_1 = b_1 - a_{1j}\rho \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad .. \\ x_i = b_i - a_{ij}\rho = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots.. \\ x_r = b_r - a_{rj}\rho \end{cases} \qquad (5)$$

Теперь новый базис Б' состоит из неизвестных $x_1,\ldots,x_{j-1},x_j,x_{j+1},\ldots,x_r$; соответствующее базисное решение (4),(5); значение f для этого решения равно

$$f_{б'} = \gamma_0 - \gamma_{j'}\rho \leq f_б \qquad (6)$$

(напомним, что $\gamma_j > 0$). Заметим, что если $\rho = 0$, то и само базисное решение, и значение $f_б$ остается неизменными (хотя базис меняется)). Это так называемый случай вырождения.

Чтобы завершить первый шаг процесса, осталось переписать систему (1) и форму (2) применительно к новому базису. С этой целью из выражения для x_j (нового небазисного неизвестного) в системе (1) находим x_j (новое базисное неизвестное);

$$x_j = \frac{b_i}{a_{ij}} - (\frac{a_{ir+1}}{a_{ij}}x_{r+1} + \ldots + \frac{1}{a_{ij}}x_i + \ldots + \frac{a_{in}}{a_{ij}}x_n)$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = b'_1 - (a'_{1r+1}\, x_{r+1} + \ldots + a'_{1i}\, x_j + \ldots + a'_{1n}\, x_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_j = b'_j - (a'_{jr+1}\, x_{r+1} + \ldots + a'_{ij}\, x_j + \ldots + a'_{jn}\, x_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_r = b'_r - (a'_{rr+1}\, x_{r+1} + \ldots + a'_{rj}\, x_j + \ldots + a'_{rn}\, x_n \end{array}\right\}$$

и подставляем это выражение вместо x_j в остальные уравнения.

В результате система разрешенной относительно нового базиса:

(7)

(Здесь слева стоят неизвестные $x_1, \ldots, x_{i-1}, x_j, x_{i+1}, \ldots x_r$, а в правые части входят $x_{r+1}, \ldots, x_{j-1}, x_i, x_{j+1}, \ldots, x_n$) Штрихи служат для того, чтобы отличать коэффициенты и свободные члены в (1). Наконец к системе (7) добавим новое выражение для формы f (запись f через новые небазисные переменные)

$$f = \gamma'_0 - (\gamma'_{r+1}\, x_{r+1} + \ldots + \gamma'_i\, x_i + \ldots + \gamma'_n\, x_n) \qquad (8)$$

На этом заканчивается первый шаг процесса.

Затем все рассуждения повторяются. Именно, если все коэффициенты $\gamma'_{r+1}, \ldots, \gamma'_i, \ldots, \gamma'_n$ в (8) неположительные, то имеем случай 1. Полученное базисное решение (4), (5) является оптимальным, и задача решена. Если среди указанных коэффициентов имеются положительные, то перед нами случай 2,следовательно, две возможности: А и В.

Свойства симплекс-метода

Симплекс-метод основан на следующих свойствах задач линейного программирования:

1. Не существует локального экстремума, отличного от глобального. Другими словами, если экстремум есть, то он единственный.

2. Множество всех планов задачи линейного программирования выпукло.

3. Целевая функция задачи линейного программирования достигает своего максимального (минимального) значения в угловой точке многогранника решений (в его вершине). Если целевая функция принимает свое оптимальное значение более чем в одной угловой точке, то она достигает того же значения в любой точке, являющейся выпуклой линейной комбинацией этих точек.

4. Каждой угловой точке многогранника решений отвечает опорный план задач линейного программирования.

В задачах линейного программирования показано, что правая и левая части ограничений линейной модели могут быть связаны знаками <=, = и =>.

Кроме того, переменные, фигурирующие в задачах линейного программирования, могут быть неотрицательными или не иметь ограничения в знаке. Для построения общего метода решения задач линейного программирования соответствующие модели должны быть представлены в некоторой форме, которую назовем стандартной формой линейных оптимизационных моделей.

Алгоритм симплекс-метода

Шаг 1. Проверить, что ограничения заданы в виде равенств, правые части которых неотрицательны, все входящие переменные положительны, а целевая функция $y \to \min$

Шаг 2. Разрешить систему ограничений относительно некоторого базиса $x_1 \ldots x_r$ и записать соответствующее базисное решение x_0 ($b_1, \ldots\ b_r, \ldots 0,0,0 \ldots 0$), которое является радиус-вектором угловой точки ОДР. Найти значение целевой функции в этой угловой точке $y(x_0)$.

Шаг 3. Среди свободных переменных, имеющих в целевой функции отрицательные элементы, необходимо выбрать ту переменную, которая имеет наибольший по модулю коэффициент и обеспечивает наибольшую скорость убывания целевой функции.

Шаг 4. Среди базисных переменных, имеющих отрицательный коэффициент при выбранной на предыдущем шаге свободной переменной, выбираем ту, которая дает минимальное значение среди отношений свободного члена на модуль коэффициента при этой же свободной переменной. Данная базисная переменная перейдет в свободную.

Шаг 5. Метод прекращает работу, когда все коэффициенты при свободных переменных целевой функции положительны. Это признак того, что решение оптимально, а свободный член в целевой функции даст ее минимум.

Тема: ***Экономическая интерпретация переменных и ограничений двойственной задачи. Построение двойственных задач***

Вид занятия: изучение нового материала с элементами практикума

Цель занятия: изучить основные этапы построения двойственной задачи

Задачи: а) научить определять экономическую интерпретацию переменных и ограничений двойственной задачи

б) формирование логического мышления

в) развитие памяти, интереса к предмету.

Оборудование: доска, мел

План

1. Двойственность в ЛП.
2. Построение двойственной задачи
3. Экономическая интерпетация переменных и ограничений двойственной задачи

Двойственность в линейном программировании.

Любую задачу максимизации с экономической точки зрения можно рассматривать как задачу о распределении ограниченных ресурсов b1, b2,…, bn между различными потребителями, например, между некоторыми технологическими процессами, которые представляются столбцами A1, A2, ..., Am матрицы ограничений задачи. Любое допустимое решение задачи линейного программирования x1, x2, ..., xm дает конкретное распределение, указывающее ту долю каждого из ресурсов, которая должна быть использована при осуществлении соответствующего технологического процесса.

Рассмотрим пример. Завод производит три вида продукции x1, x2 и x3, каждый из которых требует затрат времени на обработку на токарном, фрезерном и сверлильном станках. Количество машинного времени для каждого из станков ограничено. Пусть c1, c2 и c3 — прибыль от реализации единицы соответствующего вида продукции. Необходимо определить, какое количество каждого вида продукции необходимо производить в течение недели, чтобы получить максимальную прибыль.

Формально эта задача записывается так: Найти $\max\limits_{x_1,x_2,x_3} (c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3)$ (1)

при ограничениях

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \le b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \le b_2; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \le b_3, \end{cases} \quad (2)$$

где a1j, a2j, a3j — время, необходимое для обработки единицы j-го вида продукции соответственно на токарном, фрезерном и сверлильном станках (j = 1, 2, 3); b1, b2, b3 — недельный ресурс машинного времени соответственно для токарного, фрезерного и сверлильного станков.

Обозначим y1, y2 и y3 — цену единицы времени работы на токарном, фрезерном и сверлильном станках. Тогда a1jy1 + a2jy2+ a3jy3 можно трактовать как расходы на изготовление единицы продукции вида j.

Предположим, что цены ресурсов y1, y2 и y3 выбраны так, что выполняются следующие соотношения:

$$\begin{cases} a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + a_{31}y_3 \ge c_1; \\ a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + a_{32}y_3 \ge c_2; \\ a_{13}y_1 + a_{23}y_2 + a_{33}y_3 \ge c_3. \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку b1, b2, b3 — использованный ресурс машинного времени для каждого из станков, то b1y1 + b2y2 + b3y3 — суммарные расходы на производство.

Требуется найти такие y1, y2 и y3, удовлетворяющие условиям (3), при которых минимизируются суммарные расходы на производство:

min g(y1, y2, y3)= b1y1 + b2y2 + b3y3, (4)

y1≥ 0, y2≥ 0, y3≥ 0.

Такую задачу называют двойственной задачей по отношению к задаче (1), называемой прямой.

Запишем теперь прямую и двойственную задачи в общем случае.

Прямая задача

$$\max_{\{x_j\}} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (5)$$

при условиях $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \quad i=\overline{1,m};$ (6)

$x_j \ge 0, \quad j=\overline{1,n}$. (7)

Двойственная задача

$$\min_{\{y_i\}} \sum_{i=1}^{m} b_i y_i \qquad (8)$$

при условиях $\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \ge c_j, \quad j=\overline{1,n};$ (9)

$y_i \ge 0, \quad i=\overline{1,m}$. (10)

Сопоставляя формы записи прямой и двойственной задач, можно установить между ними следующие взаимосвязи:

1) если прямая задача является задачей максимизации, то двойственная будет задачей минимизации, и наоборот;

2) коэффициенты целевой функции прямой задачи c1, c2, …, cn становятся свободными членами ограничений двойственной задачи;

3) свободные члены ограничений прямой задачи b1, b2, …, bm становятся коэффициентами целевой функции двойственной задачи;

4) матрицу ограничений двойственной задачи получают транспонированием матрицы ограничений прямой задачи;

5) если знаки всех неравенств в ограничениях прямой «≤», то в двойственной задаче все ограничения будут иметь знак «≥»;

6) число ограничений прямой задачи равно числу переменных двойственной задачи, а число ограничений двойственной задачи равно числу переменных прямой задачи.

Переменные y1, y2,…, ym двойственной задачи иногда называют «теневыми ценами».

Двойственную задачу выгоднее решать, чем исходную прямую, если в прямой задаче при малом количестве переменных имеется большое количество ограничений (т > n).

Связь между оптимальными решениями прямой и двойственной задач устанавливают посредством следующих теорем теории двойственности.

Каждая из задач двойственной пары фактически является самостоятельной задачей линейного программирования и может быть решена независимо от другой.

1 теорема двойственности (Основная)*Если одна из задач имеет оптимальное решение, то др. задача также имеет оптимальное решение, функции цели = между собой, т.е. fmax=gmin*

Если ф-я цели одной из задач не ограниченна, то условие др. з. противоречиво

Экономический смысл первой теоремы двойственности следующий. План производства Х и набор оценок ресурсов У оказываются оптимальными тогда и только тогда, когда прибыль от реализации продукции, определенная, при известных заранее ценах продукции равна затратам на ресурсы по «внутренним» (определяемым только из решения задачи) ценам ресурсов $\mathbf{y_i}$. Для всех же других планов Х и У обеих задач прибыль от продукции всегда меньше (или равна) стоимости затраченных ресурсов:

Теорема. Если в оптимальном решении прямой задачи i-е ограничение выполняется как строгое неравенство, то оптимальное значение соответствующей двойственной переменной равно нулю.

Смысл этой теоремы состоит в следующем. Если некоторый ресурс bi имеется в избытке и i-е ограничение при оптимальном решении выполняется как строгое неравенство, то оно становится несущественным, и оптимальная цена соответствующего ресурса равна 0.

Теорема. Если в оптимальном решении двойственной задачи ограничение j выполняется как строгое неравенство, то оптимальное значение соответствующей переменной прямой задачи должно быть равно нулю.

Экономическая интерпретация этой теоремы: поскольку величины yj представляют собой цены соответствующих ресурсов, то $\sum_{j=1}^{m} a_{ji} y_j$ — это затраты на i-й технологический процесс, величина ci — прибыль от реализации на единицу изделия. Поэтому с экономической точки зрения теорема означает следующее: если i-й технологический процесс оказывается строго невыгодным с точки зрения оптимальных цен ресурсов уопт, то в оптимальном решении прямой задачи интенсивность использования данного технологического процесса xi должна быть равна 0.

Таким образом, теорема выражает принцип рентабельности оптимального организованного производства.

Теорема (теорема существования). Прямая и двойственная задачи имеют оптимальные решения тогда и только тогда, когда обе они имеют допустимые решения.

Тема занятия: ***Экономическая и математическая формулировки транспортной задачи. Построение первого опорного плана***

Вид занятия: Урок освоения нового

Тип занятия: Комбинированный урок

Цель и задачи занятия:

Учебная: Формирование представления о транспортных задачах.

Воспитательная:. Сформировать познавательную потребность.

Развивающая: Развитие логического и аналитического мышления.

Основные методы, применяемые на занятии: объяснение нового материала, обсуждение.

Обеспечение занятия: доска, мел,

Содержание

1. Постановка транспортной задачи общего вида
2. Построение первоначального опорного плана

Постановка транспортной задачи общего вида

Транспортная задача относится к классу задач линейного программирования. Транспортная задача решает проблему нахождения оптимального (минимального по стоимости) плана распределения и перемещения ресурсов от производителей к потребителям. Проблема оптимизации стоимости перевозок актуальна и на сегодняшний день, так как позволяет фирмам и предприятиям существенно сократить расходы на транспорт. Правильная организация перевозок позволяет устранить встречные и дублирующие перевозки, сократить количество дальних перевозок и т. д. При решении транспортной задачи необходимо:

- обеспечить всех потребителей ресурсами;
- распределить все произведенные ресурсы;
- переместить ресурсы от производителей к потребителям с наименьшими затратами.

От каждого производителя ресурс может перемещаться к любому потребителю и измеряться в одних единицах измерения.

Из приведенного примера видно, что транспортная задача разрешима, когда количество произведенного ресурса равно количеству потребленного ресурса. Такая задача называется ***сбалансированной*** или ***закрытой***. В реальных условиях такая задача достаточно редкая. Чаще встречаются ситуации, когда произведено ресурса больше, чем его могут потребить — избыток ресурса. Или заказов на ресурс больше, чем выпускает изготовитель, дефицит ресурса. В том и другом случаях поступают по одной схеме: в задачу добавляют или фиктивного потребителя или фиктивного изготовителя и находят оптимальное решение. В первом случае произведенный ресурс будет залеживаться у одного (или нескольких) изготовителей, а во втором один потребитель (или несколько потребителей) не дополучит ресурс. Такие транспортные задачи называются ***несбалансированными*** или ***открытыми***. Рассмотренные ниже методы решения транспортной задачи имеют дело со сбалансированными задачами. Транспортная задача всегда разрешима и может иметь:

- единственное решение;
- несколько допустимых решений, одно из которых — оптимальное;
- несколько допустимых решений и все они — оптимальные.

Классическая постановка транспортной задачи общего вида такова.

Имеется m пунктов отправления («поставщиков») и n пунктов потребления («потребителей») некоторого одинакового товара. Допустим, что данный продукт потребляется в n пунктах потребления, а объем потребления в пункте j составляет единиц Bj. Предположим, что из каждого пункта производства i возможна транспортировка продукта в любой пункт потребления j с затратами cij. Задача состоит в определении такого плана перевозок, при котором запросы всех потребителей полностью удовлетворены, весь продукт вывезен из пунктов производства и суммарные транспортные издержки минимальны.

Для каждого пункта определены:

a_i – объемы производства i -го поставщика, $i = 1, \ldots, m$;

$в_j$ – спрос j-го потребителя, $j= 1,\ldots,n$;

c_{ij} – стоимость перевозки одной единицы продукции из пункта A_i– i-го поставщика, в пункт B_j – j-го потребителя.

Для наглядности данные удобно представлять в виде таблицы, которую называют таблицей стоимостей перевозок.

Потребители Поставщики	B_1	B_2	…	B_n	запасы
A_1	C_{11}	C_{12}		C_{1n}	a_1
A_2	C_{21}	C_{22}		C_{2n}	a_2
…					
A_m	C_{m1}	C_{m2}		C_{mn}	a_m
Потребности	$в_1$	$в_2$		$в_n$	

Требуется найти план перевозок, при котором бы полностью удовлетворялся спрос всех потребителей, при этом хватало бы запасов поставщиков и суммарные транспортные расходы были бы минимальными.

Под планом перевозок понимают объем перевозок, т.е. количество товара, которое необходимо перевезти от i-го поставщика к j-му потребителю. Для построения математической модели задачи необходимо ввести $m \cdot n$ штук переменных x_{ij}, $i = 1,\ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$, каждая переменная x_{ij} обозначает объем перевозок из пункта A_i в пункт B_j. Набор переменных $X = \{x_{ij}\}$ и будет планом, который необходимо найти, исходя из постановки задачи.

Математическая модель. Пусть xij – количество продукта, перевозимого из пункта i в пункт j. Найти множество переменных удовлетворяющих условиям $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = A_i, i = \overline{1,m}$, $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = B_j, j = \overline{1,n}$.

и таких, что целевая функция $Z(X) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$ достигает минимума.

Ограничения задачи примут вид:

$$\begin{cases} f(x) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min & \text{– условие минимизации суммарных транспортных расходов;} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i,\ i = 1,\ldots,m & \text{– ограничения по запасам;} \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge в_j,\ j = 1,\ldots,n & \text{– ограничения по потребностям;} \\ x_{ij} \ge 0,\ i = 1,\ldots,m,\ j = 1,\ldots,n & \text{– условие неотрицательности.} \end{cases} \quad (1)$$

Это условие для решения закрытых и открытых транспортных задач (ЗТЗ). Очевидно, что для разрешимости задачи 1 необходимо, чтобы суммарный спрос не превышал объема производства у поставщиков: $\sum_{j=1}^{n} в_j \le \sum_{i=1}^{m} a_i$

Если это неравенство выполняется строго, то задача называется «открытой» или «несбалансированной», если же $\sum_i a_i = \sum_j в_j$, то задача называется «закрытой» транспортной задачей, и будет иметь вид (2):

$$\begin{cases} f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min; \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ j = 1,\ldots,m; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_i,\ j = 1,\ldots,n,\ x_{ij} \ge 0; \\ \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} в_j. \end{cases}$$

$\sum_i a_i = \sum_j в_j$ – условие сбалансированности.

Это условие для решения закрытых транспортных задач (ЗТЗ).

В силу ограничений (2) нетрудно увидеть, что ЗТЗ является задачей ЛП и может быть решена симплекс-методом после приведения ее к специальному виду. Но структура системы ограничений имеет некоторою специфику, а именно: каждая переменная x_{ij} входит ровно два раза в неравенства системы, и все переменные входят в неравенства системы с коэффициентом 1. В силу этой специфики существует более простой метод решения, называемый *методом потенциалов*, который, по сути, является некоторой модификацией симплекс-метода. По-прежнему идеей является переход от одного опорного плана к другому, обязательно «лучшему» с точки зрения значения целевой функции. Каждому опорному плану также соответствует своя распределительная таблица. Переход осуществляется от одного плана к другому, пока полученный план не будет удовлетворять условию оптимальности. Необходимо научиться строить первоначальный опорный план. В качестве первоначального плана годится любое решение системы уравнений (2). Заметим, что это система линейных уравнений, состоящая из $m + n$ уравнений с $m*n$ неизвестными. Можно доказать, что линейно независимых уравнений в системе (2) $m + n - 1$, ввиду условия сбалансированности, т.е. базисных переменных должно быть $m + n - 1$. Итак, в качестве плана будем представлять себе таблицу размера $m \cdot n$, в которой должно быть занято $m + n - 1$ клеток, отвечающих базисным переменным x_{ij}.

По аналогии с симплексным методом **допустимым** решением будем называть любое решение, которое удовлетворяет условиям. **Опорным** решением будем называть такое, которое имеет **m+n-1** перевозок, отличных от нуля. Оптимальным решением будет одно из опорных решений, которое обеспечивает минимальную сумму затрат по всем перевозкам.

Если при решении задачи линейного программирования симплексным методом требовалось на каждом шаге пересчитывать матрицу целиком, то при решении транспортной задачи одним и из методов поиска оптимального решения пересчитывается только часть матрицы (замкнутый контур), что резко сокращает количество вычислений.

Общий алгоритм решения транспортной задачи:

1.Формализация задачи (составление матрицы стоимостей перевозок).

2. Приведение задачи к сбалансированному виду.

3. Построение опорного плана.

4. Построение оптимального плана.

Для построения опорного плана разработаны три метода:

- метод «северо-западного угла»;
- метод наименьшего элемента;
- метод добротностей.

Для определения оптимального плана перевозок разработаны методы:

- распределительный;
- потенциалов;
- дельта-метод;

Построение первоначального опорного плана по правилу наименьшей стоимости

Построение плана по правилу наименьшей стоимости заключается в следующем. Рассматриваем матрицу (таблицу) транспортных расходов, стоимостей, данную изначально в качестве условия задачи. Выбираем клетку с минимальной ценой перевозки (клетка с номером i, j) и помещаем в эту клетку наименьшее из чисел $\{a_i, b_j\}$. Затем исключаем из рассмотрения строку, соответствующую поставщику (если a_i меньшее), или столбец, соответствующий потребителю (если $в_j$ меньшее). Исключение строки означает, что запасы i-го потребителя удовлетворены. Из оставшейся таблицы снова выбираем наименьшую стоимость, и т.д. продолжаем до тех пор, пока все запасы не исчерпаны, а потребности не удовлетворены. Проверьте, что сумма чисел в каждой строке получившейся таблицы равна a_i, а сумма чисел в каждом столбце равна $в_j$, что и требовалось. Число занятых клеток должно равняться $m + n - 1$, в противном случае, если занятых клеток меньше, чем $m + n - 1$, дополним таблицу необходимым количеством нулей (нулевых перевозок) и будем считать эти клетки с нулями занятыми так, чтобы общее количество занятых клеток равнялось равно$m + n - 1$. Нули поставим в клетки, соответствующие минимальной стоимости.

Метод Северо-западного угла

Простейшим способом определения опорного плана является так называемый способ «северо-западного угла».

Будем заполнять ее перевозками постепенно, начиная с левой верхней клетки («северо-западного» угла таблицы). Первой заполняется клетка А1 – В1.и далее спускаемся вниз и вправо, постепенно распределяя все ресурсы. Таким образом, способ «северо-западного угла» весьма прост, но полученный с его помощью план может существенно отличаться от оптимального плана. Лучшие результаты дает способ наименьшего элемента в матрице.

Тема занятия: ***Метод потенциалов***
Вид занятия: Урок освоения нового
Тип занятия: Комбинированный урок
Цель и задачи занятия:
Учебная: Научить решать транспортные задачи методом потенциалов .
Воспитательная:. Сформировать познавательную потребность.
Развивающая: Развитие логического и аналитического мышления.
Основные методы, **применяемые на занятии**: объяснение нового материала, обсуждение.
Обеспечение занятия: доска, мел,

Содержание

1. Метод потенциалов
2. Виды транспортных задач

Метод потенциалов

При построении плана мы ставим задачу найти хоть какой-нибудь, не обязательно лучший, оптимальный план, удовлетворяющий ограничениям задачи. Теперь нам хотелось бы уметь отвечать на вопрос: является ли найденный опорный план оптимальным, и если нет, то «улучшать» его. Эту задачу решает метод потенциалов, предложенный в 1949 г. советскими учеными Л.В. Канторовичем и М.К. Гавуриным. теоретической основой метода является теорема.

Теорема. Если для некоторого опорного плана $X = \{x_{ij}\}$ транспортной задачи можно подобрать систему из $m + n$ чисел $u_1, u_2, \ldots, u_m, v_1, v_2, \ldots v_n$, называемых потенциалами, то план оптимален тогда и только тогда, когда выполняются условия:

1. $u_i + v_j = c_{ij}$ для всех $x_{ij} > 0$ (1)
2. $u_i + v_j \le c_{ij}$ для всех $i = 1{,}m$, $j = 1{,}n$

где (c_{ij}) – матрица стоимостей перевозок.

Доказательство теоремы опускаем, оно основывается на рассмотрении двойственной задачи к исходной транспортной. Итерация метода потенциалов состоит из трех шагов.

I шаг (вычисление потенциалов).

Условие (1) представляет собой систему из ($m + n - 1$) линейных уравнений с ($m + n$) неизвестными потенциалами. Поэтому одно из неизвестных полагаем равным 0 для определенности, затем последовательно находим остальные потенциалы.

II шаг (проверка плана на оптимальность).

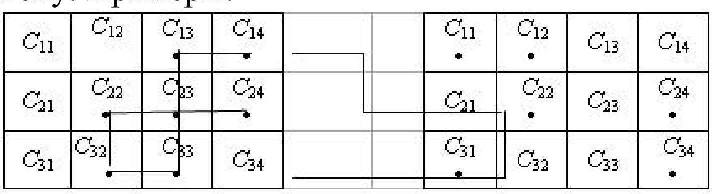
Для проверки плана на оптимальность необходимо проверить условие (2). Для занятых клеток это условие выполняется, именно на них достигается равенство. Остается посчитать суммы $u_i + v_j$ для свободных клеток. Если $u_i + v_j \le c_{ij}$, то, по теореме, план является оптимальным и задача решена.

III шаг (улучшение плана).

Для проведения операции улучшения плана нам понадобится понятие цикла.

Определение. Циклом будем называть набор клеток матрицы перевозок, в котором две и ровно две соседние клетки расположены в одной строке или в одном столбце, и первая и последняя клетки набора лежат тоже в одной строке или столбце.

Графически нетрудно представить цикл в виде ломаной, каждое звено которой лежит в строке или в столбце, причем в каждой строке или столбце не более чем по одному звену. Примеры:



С понятием цикла связаны важные свойства планов:

1. допустимый план является опорным, когда из занятых этим планом клеток нельзя образовать ни одного цикла;

2. если имеем опорный план, то для каждой свободной клетки можно образовать единственный цикл, содержащий данную клетку и некоторые из занятых.

Улучшение плана производится по следующей схеме. В подчеркнутых клетках табл. 2 находим клетку с наибольшей разностью $u_i + v_j - c_{ij}$, т.е. где условие (2) нарушается максимально.

Затем для этой клетки, согласно утверждению 2, строим единственный цикл. Набор клеток в цикле помечаем поочередно знаками «+» и «–», начиная с «+» в свободной клетке.

Начиная с клетки (1, 1), где условие (2) нарушено максимально, строим цикл. Клетку (1, 1) помечаем знаком «+». Цикл единственен, у нас все занятые клетки вошли в цикл, но это необязательно. Строим новый план x^n по правилу:

$$x_{ij}^n = \begin{cases} x_{ij} - \Delta & \text{для клеток с «–»,} \\ x_{ij} + \Delta & \text{для клеток с « + »,} \\ x_{ij} & \text{для клеток, не входящих в цикл.} \end{cases}$$

Замечание. Если транспортная задача является задачей открытого типа, в которой условие баланса не выполняется, а именно сумма запасов больше суммы потребностей, то решить такую задачу можно по предложенной схеме методом потенциалов, введя дополнительного потребителя, с потребностью равной разности балансов и нулевыми стоимостями перевозок от каждого поставщика к этому потребителю.

Виды транспортных задач

1. Классическая транспортная задача (перевозка грузов от поставщиков к потребителям);
2. Задача коммивояжера;
3. Задача о назначениях;

Методы решения транспортных задач

1. Классическая транспортная задача (перевозка грузов от поставщиков к потребителям);

Методы решения: метод потенциалов, симплексный метод;

2. Задача коммивояжера;

Методы решения: метод ветвей и границ, венгерский метод, метод минимальных линий;

3. Задача о назначениях;

Методы решения: венгерский метод, метод Мака, метод минимальных линий;

Решение задачи методом потенциалов.

1. Найдем базисное решение задачи **методом северо-западного угла:**
удовлетворяем потребность первого потребителя за счет первого поставщика; если потребности оказались выше возможностей первого поставщика, то подключаем второго поставщика. Если запасы первого поставщика выше потребностей первого потребителя, то остаток запасов первого поставщика передаем второму потребителю и т.д.

	B_1	B_2	B_3	B_4	A_i
A_1	^{3} 30	^{2} 20	^{4}	^{1}	50
A_2	^{2}	^{3} 5	^{1} 35	^{5}	40
A_3	^{3}	^{2}	^{4}	^{4} 20	20
B_j	30	25	35	20	110

2. Проверим полученный план перевозок на оптимальность.

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	$^{3}30$	$^{2}20$	$^{0\le 4}$	^{1}	0
A_2	$^{\underline{4\le 2}}$	$^{3}5$	$^{1}35$	$^{2\le 5}$	1
A_3	$^{\underline{6\le 3}}$	$^{\underline{5\le 2}}$	^{4}	$^{3\le 4}20$	3
	3	2	0	1	

Подчеркнутые неравенства являются неверные, поэтому решение не будет оптимальным. Необходимо провести улучшение плана.

3. Составим новый оптимальный план.

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	$^{3}30$	$^{2}20$ -	^{4}	+ $^{1}0$	0
A_2	^{2}	$^{3}5$	$^{1}35$	^{5}	1
A_2	^{3}	^{2} +	^{4}	- $^{4}20$	3
	3	2	0	1	

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	$^{3}30$ -	+ ^{2} 0	^{4}	^{1} 20	0
A_2	^{2} +	- $^{3}5$	^{1} 35	^{5}	1
A_2	^{3}	$^{2}20$	^{4}	^{4}	3
	3	2	0	1	

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	$^{3=3}25$	$^{2=2}5$	^{4}	$^{1=1}20$	0
A_2	$^{2}5$	$^{3=3}$	$^{1=1}35$	^{5}	-1
A_2	^{3}	$^{2=2}20$	^{4}	^{4}	0
	3	2	0	1	

4. Проверка вновь полученного решения на оптимальность.

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	$^{3=3}25$	$^{2=2}5$	^{4}	$^{1=1}20$	0
A_2	$^{2}5$	$^{3=3}$	$^{1=1}35$	^{5}	-1
A_2	^{3}	$^{2=2}20$	^{4}	^{4}	0
	3	2	0	1	

Ответ. От 1-го поставщика к 1-му потребителю надо перевести 25 т. груза, ко 2-му 5 т. , к 4-му 20 т.; от 2-го поставщика надо перевести к 1-му потребителю 5 т. груза, к 3-му 35 т.; от 3-го поставщика надо перевести 20 т. груза только ко 2-му потребителю.

Тема: *Целочисленное программирование. Задача коммивояжера*

Вид занятия: изучение нового материала

Цель занятия: Научить решать целочисленные задачи

Задачи:

а) научить решать целочисленные задачи методом Гомори

б) формирование аналитического мышления

в) развитие памяти, интереса к предмету.

Оборудование: доска, компьютер, презентация.

Содержание

1. Целочисленное линейное программирование. Метод Гомори.
2. Общая характеристика методов отсечения
3. Задача коммивояжера

1. Целочисленное линейное программирование. Метод Гомори

Если управляющие переменные в задаче линейного программирования определяют количество единиц неделимой продукции, то оптимальное решение должно быть получено в целых числах. К задачам такого типа относится большое число экономических задач, например распределение производственных заказов между предприятиями, оптимальный раскрой материалов, определение загрузки оборудования, распределение транспортных средств по рейсам, задачи производства и реализации неделимой продукции. Если единица составляет малую часть от общего количества, например при планировании массового и крупносерийного производства, то для нахождения оптимального решения применяют обычный симплекс-метод и округляют полученное решение до целого. В противном случае, например при планировании производства или реализации автомобилей, округление может привести к решению, далекому от оптимального. Линейные задачи, решение которых должно быть получено в целых числах, называют задачами целочисленного программирования (ЦЛП).

Математическая модель задачи ЦЛП имеет следующий вид 6

$$f = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \rightarrow \max(\min). \qquad (3.32)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \geq b_i, i = \overline{m_1 + 1, m_2}; \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \leq b_i, i = \overline{1, m_1}; \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} = b_i, i = \overline{m_2 + 1, m}; \\ x_j \in Z, j = \overline{1, n}, \end{cases} \qquad (3.33)$$

где Z – множество целых чисел.

Для решения задачи ЦЛП может быть применен метод Гомори.

Метод Гомори содержит два этапа.

Этап 1. Решение исходной задачи обычным симплекс-методом и проверка решения на целочисленноесть. Если решение содержит хотя бы одно дробное значение, то переходят к этапу 2, в противном случае расчет заканчивается.

Этап 2. Составление дополнительного ограничения (сечения) и решение расширенной задачи обычным симплекс-методом. Дополнительное ограничение (сечение) отсекает нецелочисленные решения. Сечение обладает следующими двумя свойствами:

1) любое целочисленное решение ему удовлетворяет;

2) любое не целочисленное решение задачи ему не удовлетворяет.

При дополнении этого ограничения к исходной задаче мы по лучили задачу большей размерности.

Эту задачу решают обычным симплекс-методом, т. е.. переходя к этапу 1.

Если при решении задачи симплекс-методом имеется несколько дробных решений, то дополнительные ограничения следует составлять для значения, имеющего максимальную дробную часть.

Для решения задач целочисленного программирования разработаны две группы точных методов:

- методы отсечения (один из них - метод Гомори);
- комбинаторные методы.

Рассмотрим сущность методов отсечения.

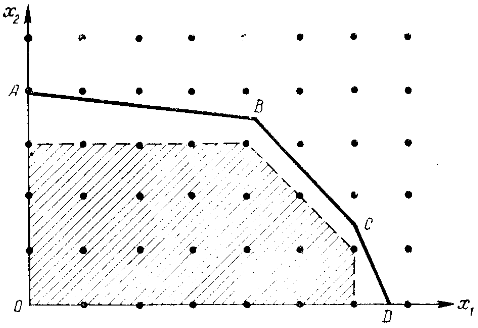


Рис. 11.2

Допустим, что необходимо решить задачу целочисленного программирования

$$L = \max_{x_j} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{8.11}$$

при ограничениях

$$\sum a_{ij} x_{ij} \le b_i, \; i = \overline{1,m}, \tag{8.12}$$

$$x_j \text{ - неотрицательные целые числа.} \tag{8.13}$$

Предположим, что область допустимых решений имеет вид, показанный на рис. 11.2. Узлы целочисленных решений на этом рисунке изображены точками. Точки, расположенные внутри области *OABCD,* являются допустимыми решениями задачи (11.11) — (11.13). Оптимальное же решение данной задачи без учета условия целочисленности всегда расположено на границе области решения. Однако в данном примере граничные точки не являются целочисленными. Допустим, что путем введения дополнительных ограничений область допустимых решений сужена до заштрихованной области на рис. 11.2. В этом случае, решая задачу (11.11), (11.12), получим оптимальное решение, которое является целочисленным.

Таким образом, общая идея всех методов отсечения заключается в том, что решается задача линейного программирования (11.11), (11.12) без учета условия (11.13). Если полученное оптимальное решение является целочисленным, то данное решение совпадает и с решением задачи (11.11) — (11.13). Если же решение (11.11), (11.12) не является целочисленным, то вводятся дополнительные ограничения, отсекающие нецелочисленные вершины многогранника, и процесс решения повторяется. После определенного количества аналогичных итераций находится оптимальное целочисленное решение задачи.

Таким образом, независимо от правила формирования дополнительных ограничений метод отсечения состоит из следующих основных шагов.

1. Находим оптимальное решение задачи линейного программирования без учета условия целочисленности решения. Если подученное решение является целочисленным, то прекращаем вычислительный процесс. В противном случае переходим к п. 2.

2. Вводим дополнительное ограничение, исключающее полученное нецелочисленное решение, и возвращаемся к п. 1.

Практический опыт решения задач целочисленного программирования методом отсечения показал, что этот метод имеет плохую сходимость. Поэтому для повышения эффективности вычислительных алгоритмов целочисленного программирования были предложены комбинаторные методы, основанные на упорядоченном переборе наиболее перспективных вариантов.

Задача коммивояжера

Задача о бродячем торговце, одна из известных задач конечной математики, в простейшем случае формулируется следующим образом: даны *n* городов и известны расстояния между каждыми двумя городами; коммивояжёр, выходящий из какого-нибудь города, должен посетить *n* — 1 других городов и вернуться в исходный. В каком порядке ему нужно посещать города (по одному разу каждый), чтобы общее пройденное расстояние было минимальным? К такого типа задачам, связанным с объездом ряда пунктов и возвращением в исходную точку, относятся: задачи доставки продуктов питания в магазины, подвода электроэнергии к потребителям, построения кольцевой линии электропередач, различные задачи, возникающие при автоматизации монтажа схем, и т.д. Такова, например, задача отыскания оптимальной программы работы автоматического фрезерного станка для просверливания отверстий в заданных точках панели радиоприёмника, то есть нахождения такого порядка прохождения этих точек, при котором длина маршрута головки сверла была бы минимальной. Здесь начало маршрута не обязательно должно совпадать с его концом, но математически такая постановка сводится к приведенной выше простейшей К. з. Методы решения задачи Коммивояжера., по существу, сводятся к организации полного перебора вариантов; никакого эффективного алгоритма не известно.

Задачи такого типа известны под общим названием задача коммивояжера, в «классической» формулировке которой коммивояжер должен посетить один, и только один раз каждый из n городов и вернуться в исходный пункт. Его маршрут должен минимизировать суммарную длину пройденного пути.

Математическая модель задачи:

$$L(x)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}\rightarrow \min,$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij}=1,\quad j=\overline{1,n}$$

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1,\quad i=\overline{1,n}$$

x_{ij} = 0 или 1,

Добавляется условие прохождение маршрута через все города, т.е. так называемое условие цикличности. Иначе, маршрут должен представлять собой замкнутую ломаную, без пересечений в городах-точках.

Ограничения задачи, кроме последнего, определяют обычную задачу о назначении.

Основным методом решения задачи коммивояжера является метод ветвей и границ.

2. Задача о назначении

Задача о назначениях – это распределительная задача, в которой для выполнения каждой работы требуется один и только один ресурс (один человек, одна автомашина и т.д.), а каждый ресурс может быть использован на одной и только одной работе. То есть ресурсы не делимы между работами, а работы не делимы между ресурсами. Таким образом, задача о назначениях является частным случаем транспортной задачи. Задача о назначениях имеет место при назначении людей на должности или работы, автомашин на маршруты, водителей на машины, при распределении групп по аудиториям, научных тем по научно-исследовательским лабораториям и т.п.

Исходные параметры модели задачи о назначениях

1. n – количество ресурсов, m – количество работ.
2. a_i = 1 – единичное количество ресурса A_i (i =1,n), например: один работник; одно транспортное средство; одна научная тема и т.д.
3. b_j = 1 – единичное количество работы B_j (j =1,m), например: одна должность; один маршрут; одна лаборатория.
4. c_{ij} – характеристика качества выполнения работы B_j с помощью ресурса A_i. Например, компетентность i-го работника при работе на j-й должности; время, за которое i-е транспортное средство перевезет груз по j-му маршруту; степень квалификации i-й лаборатории при работе над j-й научной темой.

Искомые параметры

1. x_{ij} – факт назначения или неназначения ресурса A_i на работу B_j:

$$x_{ij}=\begin{cases}0, \text{если } i\text{-й ресурс не назначен на } j\text{-ю работу},\\ 1, \text{если } i\text{-й ресурс назначен на } j\text{-ю работу}.\end{cases}$$

2. $L(X)$ – общая (суммарная) характеристика качества распределения ресурсов по работам.

Таблица 3.1

Общий вид транспортной матрицы задачи о назначениях					
Ресурсы, A_i	Работы, B_1				Количество ресурсов
	B_1	B_2	…	B_m	
A_1	c_{11}	c_{12}	…	c_{1m}	1
A_2	c_{21}	c_{22}	…	c_{2m}	1
…	…	…	…	…	…
A_n	c_{n1}	c_{n2}	…	c_{nm}	1
Количество работ	1	1	…	1	$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j$

Модель задачи о назначениях

$$L(X) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \to \min ;$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \ \left(i = \overline{1, n}\right), \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \left(j = \overline{1, m}\right), \\ x_{ij} = \begin{cases} 0, \\ 1, \end{cases} \left(i = \overline{1, n};\ j = \overline{1, m}\right). \end{cases} \tag{3.1}$$

В некоторых случаях, например, когда c_{ij} – это компетентность, опыт работы, или квалификация работников, условие задачи может требовать максимизации ЦФ, в отличие от (3.1). В этом случае ЦФ $L(X)$ заменяют на $L_1(X) = – L(X)$ и решают задачу с ЦФ $L_1(X) \to \min$, что равносильно решению задачи с ЦФ $L(X) \to \max$.

Специфическая структура задачи о назначениях позволила разработать так называемый Венгерский метод" ее решения. Классический венгерский метод, как и методы решения транспортной задачи, первоначально разрабатывался для ручных вычислений и сегодня, в основном, представляет только исторический интерес.

Тема занятия: ***Метод ветвей и границ***
Вид занятия: Урок освоения нового
Тип занятия: Комбинированный урок
Цель и задачи занятия:
Учебная: Научить решать задачи методом ветвей и границ .
Воспитательная:. Сформировать познавательную потребность.
Развивающая: Развитие логического и аналитического мышления.
Основные методы, **применяемые на занятии**: объяснение нового материала, обсуждение.
Обеспечение занятия: доска, мел,

План лекции

1. Метод ветвей и границ
2. Комбинаторные методы. Алгоритм ветвей и границ для решения задач целочисленного программирования

Содержание

Впервые метод ветвей и границ был предложен Лендом и Дойгом [1] в 1960 для решения общей задачи целочисленного линейного программирования. Интерес к этому методу и фактически его “второе рождение” связано с работой Литтла, Мурти, Суини и Кэрела [2], посвященной задаче коммивояжера [3]. Начиная с этого момента, появилось большое число работ, посвященных методу ветвей и границ и различным его модификациям. Столь большой успех объясняется тем, что авторы первыми обратили внимание на широту возможностей метода, отметили важность использования специфики задачи и сами воспользовались спецификой задачи коммивояжера.

В основе метода ветвей и границ лежит идея последовательного разбиения множества допустимых решений на подмножества (стратегия “разделяй и властвуй”). На каждом шаге метода элементы разбиения подвергаются проверке для выяснения, содержит данное подмножество оптимальное решение или нет. Проверка осуществляется посредством вычисления оценки снизу для целевой функции на данном подмножестве. Если оценка снизу не меньше рекорда— наилучшего из найденных решений, то подмножество может быть отброшено. Проверяемое подмножество может быть отброшено еще и в том случае, когда в нем удается найти наилучшее решение. Если значение целевой функции на найденном решении меньше рекорда, то происходит смена рекорда. По окончанию работы алгоритма рекорд является результатом его работы.

Если удается отбросить все элементы разбиения, то рекорд — оптимальное решение задачи. В противном случае, из неотброшенных подмножеств выбирается наиболее перспективное (например, с наименьшим значением нижней оценки), и оно подвергается разбиению. Новые подмножества вновь подвергаются проверке и т.д.

Вычисление нижней границы является важнейшим элементом данной схемы. Для простейшей задачи размещения один из способов ее построения состоит в следующем.

Запишем исходную задачу в терминах целочисленного линейного программирования [4].

Введем следующие переменные:

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{если предприятие } i \text{ открыто,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

С использованием введенных обозначений простейшая задача размещения записывается следующим образом

$$\min\left\{\sum_{i\in I} c_i y_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} g_{ij} x_{ij}\right\}$$

$$\sum_{i\in I} x_{ij} = 1, \quad j \in J,$$

x_{ij}, y_i , y_i ={0, 1},

Двойственная задача линейного программирования имеет вид:

$$\max \sum_{j\in J} v_j,$$

$$\sum_{j\in J} w_{ij} \le c_i^0, \quad i \in I,$$

Приближенное решение двойственной задачи используется в качестве нижней оценки.

Для сокращения размерности задачи применяется так называемый *блок предварительной отбраковки.* Он основан на применении условий дополняющей нежесткости для задач линейного программирования

$$y_i(c_i - \sum_{j\in J} w_{ij}) = 0, \quad i \in I.$$

Если для оптимального решения двойственной задачи выражение в скобках положительно для некоторого i I , то “скорее всего” в исходной целочисленной задаче $y_i = 0$, и размерность можно уменьшить. Понятно, что данный эвристический прием не всегда приводит к правильному решению. Поэтому в качестве порога лучше брать не 0, а некоторую величину d 0, выбор которой зависит от исходных данных. Эту величину называют *порогом отбраковки*. Очевидно, что при d max c_i, размерность задачи не сокращается.

Другой способ уменьшения трудоемкости алгоритма состоит в искусственном завышении нижней оценки. Предположим, что нас интересует не только оптимальное решение, но и приближенные решения с относительной погрешностью не более e . Тогда завышение нижней оценки в $(1 + e)$ раз приводит к желаемому результату.

3. Комбинаторные методы. Алгоритм ветвей и границ для решения задач целочисленного программирования

Комбинаторные методы решения задач целочисленного программирования можно разделить на две группы:

- методы динамического программирования;
- методы ветвей и границ.

Идея метода Ветвей и Границ достаточна проста.

Представляем процесс поиска решения в виде графа типа «дерево». При начале построения дерева первую переменную x_1 можно включить $(x_1 = 1)$ или не включить $(\bar{x}_1 = 0)$, т.е. из корневой вершины выходят две ветви. Аналогично в каждой из введенных вершин можно поступить со второй переменной (рис. 1).Так и образуется *дерево возможных вариантов*.

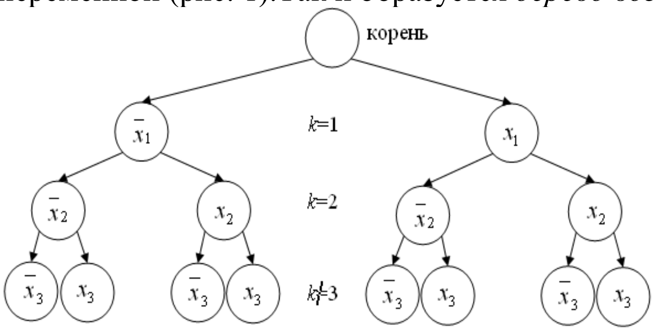


Рис.1.

На первом уровне построенного нами дерева $k = 1, m = 2^1 = 2$. Очевидно, что далее для любого k имеем число вершин (т.е. вариантов) $m = 2^k$.

Значение целевой функции L, вычисленное вдоль ветви, дает границу решения по ней.

Проведем формализацию этой идеи на примере решения задачи $L = \max\limits_{x_j = 0;1} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ (1)

при ограничении $\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \le b.$ (2)

Дерево возможных вариантов данной задачи изображено на рис. 11.4. Каждой ветви дерева вариантов соответствует определенный план

$$X_k^m = \{x_1, x_2, ..., x_k\}, \ k = 0,1,2,...,n; \ m = 1,2,...,2^k$$

(k – номер уровня, m – число узлов на данном уровне),

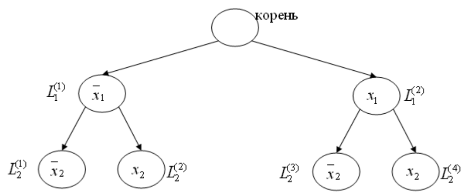
с помощью которого можно найти соответствующее значение целевой функции

$$L_k = \sum_{x_j \in X_k^m} c_j x_j$$

и отвечающие ему затраты ограниченных в задаче ресурсов

$$D_k = \sum_{x_j \in X_k^m} a_j x_j .$$

Очевидно, что построив дерево полностью и перебрав все 2^n вариантов, можно определить оптимальный план для данной задачи. Установим теперь условия, которые позволяют исключить полный перебор.



. $(\bar{x}_j = 0;\ x_j = 1;\ j = 1, 2, \ldots, k)$

Рис. 2

Наиболее простое из этих условий имеет вид $D_k = \sum_{x_j \in X_k^m} c_j x_j > b$ **(3)**

Физически условие (3) означает, что данная ветвь не удовлетворяет ограничению (2), т.е. с сумма ресурсов, потребляемых таким вариантом, существенно больше имеющейся. Однако, использование только одного условия (3) для отсечения бесперспективных ветвей потребовало бы проверки всех висячих вершин.

Поэтому для отсечения бесперспективных вариантов кроме условия (3) используют дополнительные неравенства

$$\left.\begin{aligned} D_k\left(X_k^m\right) &\le D_k\left(X_k^l\right); \\ L_k\left(X_k^m\right) &\ge L_k\left(X_k^l\right). \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Неравенства (4) означают, что l-й вариант как по значению целевой функции L, так и по величине ограничения на ресурсы D уступает более перспективному m-тому варианту. Неравенства (4) используются для отсечения бесперспективных вариантов в методах динамического программирования. Так как все сравниваемые варианты необходимо хранить, то наиболее существенным ограничением при машинном решении задачи методом динамического программирования становится ограниченный объем оперативной памяти компьютера. Поэтому в методе ветвей и границ для отсечения бесперспективных вариантов в задаче максимизации используется неравенство

$$H_k\left(X_k^m\right) = L_k^0\left(X_k^m\right) + L_k'\left(X_k^m\right) \le L_0 , \qquad (5)$$

Где L_0 — уже полученное допустимое приближенное решение целочисленной задачи;

$H_k\left(X_k^m\right)$ — верхняя граница решения;

$L_k^0\left(X_k^m\right) = \sum_{x_j \in X_k^m} c_j x_j$ - результат от включения в дерево k первых переменных в исследуемом варианте m;

$L_k'\left(X_k^m\right)$ - добавка, возникающая в силу снятия ограничения на целочисленность переменной.

Эта добавка определяется путем решения следующей задачи: $L_k'\left(X_k^m\right) = \max\limits_{0 \le x_j \le 1} \sum_{j=k+1}^{n} c_j x_j$, (6)

при ограничении $\sum_{j=k+1}^{n} a_j x_j \le b - \sum_{x_j \in X_k^m} a_j x_j$ (7)

Отдельно взятая задача (11.17), (11.18) является типовой задачей линейного программирования и, следовательно, может быть решена симплекс-методом. Ее решение позволяет найти верхнюю границу решения по варианту m и, тем самым, отсекать бесперспективные вершины.

Тема занятия: Нелинейное программирование. Решение задач распределения ресурсов
Вид занятия: Урок освоения нового
Тип занятия: Комбинированный урок
Цель и задачи занятия:
Учебная:

- Формирование представления о нелинейном программировании.
- Определить общий вид задач нелинейного прогаммирования.

Воспитательная:.

- Сформировать познавательную потребность.

Развивающая:

- Развитие логического и аналитического мышления.

Основные методы, **применяемые на занятии**: объяснение нового материала, обсуждение.
Обеспечение занятия: доска, мел,

Содержание

1. Основные понятия
2. постановка и методы решения задачи нелинейного программирования.

Нелинейное программирование (планирование) – математические методы отыскания максимума или минимума функции при наличии ограничений виде неравенств или уравнений. Максимизируя (минимизируя) функция представляет собой принятый критерий эффективности решения задачи, соответствующий поставленной цели. Он носит название целевой функции. Ограничение характеризует имеющиеся возможности решения задачи.

Целевая функция или хотя бы одно из ограничений нелинейное (т.е. на графиках изображается не прямыми-кривыми-линиями) существо решения задач нелинейного программирования заключается в том, чтобы найти условия, обращающие целевую функцию в минимум или максимум. Решение, удовлетворяющее условию задачи и соответствующее намеченной цели, называется оптимальным планом. Нелинейное программирование служит для выбора наилучшего плана распределения ограниченных ресурсов в целях решения поставленной задачи. В общем виде постановка задачи нелинейного программирования сводится к следующему. Условия задачи представляются с помощью системы нелинейных уравнений или неравенств, выражающих ограничение, налагаемое на использование имеющихся ресурсов.

$Z1(X1, X2,...,Xn) \geq 0;$
$Z2(X1, X2,...,Xn) \geq 0;$
....
$Zm(X1, X2,...,Xn) \geq 0;$
при $Xi \geq 0$,

где Z1, Z2,…,Zm – соответствующие функции, характеризующие условие решения поставленной задачи (ограничения); Xi – искомые величины, содержащие решение задачи.

Целевая функция задается в виде:

$y = f(X1, X2,\ldots, Xn)$.

Причем по крайней мере одна из функций y, Z1, Z2,…, Zm – нелинейная.

Методами нелинейного программирования решаются задачи распределения неоднородных ресурсов.

Пусть имеется m разнородных ресурсов, которые предполагается реализовать для бизнеса в n регионах страны.

Известны оценочные возможности (вероятности) начать бизнес в j-м регионе (Pj), а также эффективности использования i-го ресурса в n-м регионе (ωij).

Распределение ресурсов по регионам характеризуется так называемым параметром управления (hij):

$h_{ij} =$ 0, если i-й ресурс не направляется в j-й регион,
1, если i-й ресурс направляется в j-й регион.

Необходимо распределить ресурсы по регионам таким образом (выбирать такие значения h_{ij}), чтобы величина полной вероятности достижения цели Рц была максимальной:

$Рц = \sum Pj\, [1 - \Pi\, (1-hij\omega ij] = max.$

Должно выполняться также ограничение

$\Sigma\, h_{ij} = 1,\ i = 1, 2, \ldots m$

Ограничение означает, что каждый из m ресурсов обязательно должен назначаться в какой-либо из регионов.

Общая задача нелинейного программирования. Постановка задачи.

$$\min_{x\in R} f_0(x) \qquad (1)$$

$$R = \left\{ x \left| \begin{array}{c} x \in U_0 \\ f_i(x) \le 0, i = 1,2,\ldots,m \\ f_k(x) = 0, k = m+1,\ldots,s \end{array} \right. \right\} \qquad \begin{array}{c} (2) \\ (3) \\ (4) \end{array}$$

(2) - ограничение типа включения, U_0 - простейший случай и может иметь следующий вид

$\alpha_l \le x_l \le \beta_l$ это параллелепипед .

Обобщенное правило Лагранжа

Если функции $f_0, f_1, \ldots, f_m$ - дифференцируемы ;$f_{m+1}, f_{m+2}, \ldots, f_s$ - непрерывно дифференцируемы в окрестности точки x_* ,то существуют множители Лагранжа

$$\lambda_0^*, \lambda_1^*, \ldots, \lambda_m^* \ge 0 \qquad (5)$$

$$\lambda_{m+1}^*, \lambda_{m+2}^*, \ldots, \lambda_s^* \ge 0 \qquad (6)$$

, такие . что выполняются условия

$$\left[\left. \frac{\partial L\ (x,\lambda)}{\partial x} \right|_{x^*,\lambda^*} \right] (x - x^*) \ge 0 \qquad (7)$$

$$\lambda_i^* f_i(x) = 0, \quad i = 1,2,\ldots,m \qquad (8)$$

$$f_k(x) = 0, \quad k = 1,2,\ldots,s \qquad (9)$$

$$L(x,\lambda) = \lambda_0 f_0(x) + \sum_{i=1}^{s} \lambda_i f_i(x) \qquad (10)$$

$$\sum_{i=0}^{s} \lambda_i^2 = 1 \qquad (11)$$

$$\dim(x,\lambda) = n + s + 1$$

(8) - условие дополняющей нежесткости

$\lambda_0 \rangle 0$,т.к. задача решается на минимум, а $\lambda_i, \lambda_n \ge 0$, т.к. (3)-ограничение типа неравенств - соответствует $\dfrac{\partial L}{\lambda}$ б это ограничение условия связи.

При оптимальном решение (x^*, λ^*) часть ограничений (8) выполняются как строгие неравенства и соответствующие им множители Лагранжа не равны 0, а часть ограничений (8) выполняется как строгое равенство. На этом свойстве основано решение общей задачи нелинейного программирования.

Общая задача решается так:

Сначала решается задача (1) при ограничениях (4) , т.е. классическая задача. Полученное решение подставляют в (2)и (3) и те из ограничений неравенств, которые не выполняются, добавляются как равенства к условию (4) и полученная классическая задача решается снова.

И так, пока не выполним все условия (2) И (3).

Тема занятия: ***Динамическое программирование. Задача о самолете.***
Вид занятия: Урок освоения нового
Тип занятия: Комбинированный урок
Цель и задачи занятия:
Учебная:

- Формирование представления о динамическом программировании.
- Определить круг задач, относящихся к динамическому прогаммированию».

Воспитательная:.

- Сформировать познавательную потребность.

Развивающая:

- Развитие логического мышления.

Основные методы, **применяемые на занятии**: объяснение нового материала, обсуждение.

Обеспечение занятия: доска, мел,

Содержание

1. Динамическое программирование
2. Задача о загрузке

Динамическое программирование — способ решения сложных задач путём разбиения их на более простые подзадачи.

Ключевая идея в динамическом программировании достаточно проста. Как правило, чтобы решить поставленную задачу, требуется решить отдельные части задачи (подзадачи), после чего объединить решения подзадач в одно общее решение. Часто многие из этих подзадач одинаковы. Подход динамического программирования состоит в том, чтобы решить каждую подзадачу только один раз, сократив тем самым количество вычислений. Это особенно полезно в случаях, когда число повторяющихся подзадач экспоненциально велико.

Динамическое программирование (ДП) определяет оптимальное решение n-мерной задачи путем ее декомпозиции на n этапов, каждый из которых представляет собой подзадачу относительно одной переменной. Вычислительное преимущество такого подхода состоит в том, что мы занимаемся решением одномерных оптимизационных задач подзадач вместо большой n-мерной задачи.

Фундаментальным принципом *ДП*, составляющим основу декомпозиции задачи на этапы, является *оптимальность*. Так как природа каждого этапа решения зависит от конкретной оптимизационной задачи, *ДП* не предлагает вычислительных алгоритмов непосредственно для каждого этапа. Вычислительные аспекты решения оптимизационных подзадач на каждом этапе проектируются и реализуются по отдельности (но это не исключает того, что может быть применен единый алгоритм для всех этапов).

Вычисления в *ДП* выполняются рекуррентно в том смысле, что оптимальные решения одной подзадачи используются в качестве исходных данных для следующей подзадачи. Способ выполнения рекуррентных вычислений зависит от того, как выполняются декомпозиции исходной задачи. В данной ситуации возможны несколько вариантов. Первый из них это проводить вычисления последовательно от первого до последнего этапа, такая последовательность известна как *алгоритм прямой прогонки*. Задача может быть решена с помощью *алгоритма обратной прогонки*, в соответствии с которым вычисления проводятся от последнего этапа до первого. Очевидно, что алгоритмы прямой и обратной прогонки приводят к одному и тому же решению. Обычно более логичным представляется использовать алгоритм прямой прогонки, но в общем случае алгоритм обратной прогонки может быть более эффективным с вычислительной точки зрения. Продемонстрируем *ДП* на решение конкретных задач. Здесь будут рассмотрены следующие задачи:

- задача о наибольшей общей подпоследовательности;

- связь динамического программирования и регулярных выражений;
- задача об оптимальной триангуляции;
- задача о загрузке.

Задача о загрузке

Задача о загрузке — это задача о рациональной загрузке судна (самолета, автомашины, и т. п.), которое имеет ограничения по объему или грузоподъемности. Каждый помещенный на судно груз приносит определенную прибыль. Задача состоит в том, чтобы определении загрузки, такими грузами которые приносят наибольшую прибыль.

Отметим также, что данная задача известна как *задача о рюкзаке*, в который турист должен определить наиболее ценные предметы, подлежащие загрузке в рюкзак. Формализуем нашу задачу. Пусть W — грузоподъемность нашего судна и есть в наличии n наименований предметов, которые подлежат загрузке. Пусть m_i — количество предметов i-го наименования, r_i — прибыль, которую приносит один загруженный предмет i-го наименования, w_i — вес одного предмета i-го наименования. Тогда общая задача имеет вид следующей целочисленной задачи линейного программирования.

Максимизировать $Z = r_1m_1 + r_2m_2 + \ldots + r_nm_n$ при условии, что

$w_1m_1 + w_2m_2 + \ldots + w_nm_n \le W$,

$m_1, m_2, \ldots, m_n \ge 0$.

Рассмотрим подход, несколько иной, чем был приведен выше. При рассмотрении каждой конкретной задачи обратим внимание три основных элемента модели *динамического программирования.*.

1. Определение этапов.
2. Определения на каждом этапе вариантов решения (альтернатив).
3. Определения состояний на каждом этапе.

Из перечисленных выше элементов понятие *состояние*, как правило, представляется весьма сложным для восприятия. Определение этого понятия может меняться в зависимости от конкретной ситуации. При рассмотрении каждого приложения полезно ответить на следующие вопросы.

1. Какие соотношения связывают этапы вместе?
2. Какая информация необходима для того, чтобы получить допустимые решения на текущем этапе без повторной проверки решений, принятых на предыдущих этапах.

В приведенной задаче о загрузке три элемента модели *динамического программирования* определяются следующим образом.

1. Этап i ставится в соответствие предмету i-го наименования, $i = 1, 2, \ldots, n$.
2. Варианты решения на этапе i описываются количеством предметов m_i предметов i-го наименования, подлежащих загрузке. Соответствующая прибыль равна r_im_i. Значение заключено m_i в пределах от 0 до $[W/w_i]$, где $[W/w_i]$ — целая часть числа W/w_i.
3. Состояние x_i на i выражает суммарный вес предметов, решения о погрузке которых приняты на этапах $i, i+1, \ldots, n$. Это определение отражает тот факт, что ограничение по весу является единственным, которое связывает вместе все n этапов.

Пусть $f_i(x_i)$ — максимальная суммарная прибыль от этапов $i, i+1, \ldots, n$ при заданном состоянии x_i. Определим рекуррентное уравнение с помощью следующей двухшаговой процедуры.

1. Выразим $f_i(x_i)$ как функцию $f_{i+1}(x_{i+1})$ в виде

   $f_i(x_i) = \max \{r_im_i + f_{i+1}(x_{i+1})\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$,

   где max берется по всем

   $m_i = 0, 1, \ldots, [W/w_i]$ и $x_i = 0, 1, \ldots, W$,

   где $f_{n+1}(x_{n+1}) \equiv 0$.

2. Выразим x_{i+1} как функцию x_i для гарантии того, что левая часть последнего уравнения является функцией лишь x_i. По определению $x_{i+1} - x_i$ представляет собой вес, загруженный на этапе i, т. е. $x_{i+1} - x_i = w_im_i$ или $x_{i+1} = x_i - w_im_i$. Тогда рекуррентное уравнение приобретает следующий вид.

   $f_i(x_i) = \max \{r_im_i + f_{i+1}(x_i - w_im_i)\}$, $i = 1, 2, \ldots, n$,

   где max берется по всем

   $m_i = 0, 1, \ldots, [W/w_i]$ и $x_i = 0, 1, \ldots, W$.

Задача о загрузке является типичным представителем задачи распределения ресурсов, в которой ограниченный ресурс распределяется между конечным числом видов (экономической) деятельности. В таких моделях определения состояния на каждом этапе будет аналогично приведенному для задачи о загрузке : состоянием на этапе i является суммарное количество ресурса, распределяемого на этапах i, i+1, …, n.

К задачам динамического программирования относятся задачи, обладающие следующими свойствами:

1. задача может быть разбита на этапы (по времени, в пространстве, этапы технологического производства, реконструкции, строительства и пр.);
2. аддитивность решения и аддитивность критерия оптимальности, те. решение всей задачи получается путем суммирования результатов решения задач на отдельных этапах, а значение критерия оптимальности всей задачи получается путем суммирования значений частных критериев оптимальности на отдельных этапах;
3. регрессивность решения – процесс решения разворачивается от конца к началу.

В динамическом программировании процесс решения задачи рассматривается как процесс принятия управляющих решений, причем этот процесс рассматривается от конца к началу.

В общем случае задача динамического программирования может быть сформулирована следующим образом. Имеется некоторая экономическая система, находящаяся в начальный момент времени T_0 в состоянии S_0. Это состояние определяется n-мерным вектором параметров системы в заданный начальный момент времени. Такими параметрами могут быть сочетания показателей производственно-хозяйственной деятельности предприятия: объем реализуемой продукции, прибыль, производительность труда, стоимость основных производственных фондов, ассортимент выпускаемой продукции и пр.

В соответствии с планом развития за период времени T_k–T_j система должна быть переведена в некоторое конечное состояние S_k, определяемое соответствующими значениями составляющих вектора состояний в момент времени T_k. Переход может быть обеспечен за конечное число шагов, на каждом из которых система переводится в некоторое промежуточное состояние S_k. При этом необходимо обеспечить оптимум критерия, обеспечивающего качество управления.

Перевод системы из состояния в состояние характеризуется набором последовательных состояний S_0, S_1, ...,S_i, ..., S_k и называется траекторией системы. Этот перевод из состояния в состояние обеспечивается посредством ряда последовательных управляющих воздействий или управлений, которые будем обозначать через w_i.

Совокупность управлений w_i обозначим через W. Тогда можно сказать, что задача динамического программирования заключается в выборе оптимального управления W, последовательно переводящего систему из состояния в состояние, начиная из S_0 в состояние S_k, при условии, что критерий оптимальности $F(W)$ принимает экстремальное значение.

Существо решения задач динамического программирования заключается в следующем:

- оптимизация производится методом последовательных приближений (итераций) в два круга: вначале от последнего шага опе рации к первому, а затем наоборот, от первого к последнему;
- на первом круге, идя от последующих шагов к предыдущим, находится так называемое условное оптимальное управление; условное оптимальное управление выбирается таким, чтобы все предыдущие шаги обеспечивали максимальную эффективность последующего шага, иными словами, на каждом шаге имеется такое управление, которое обеспечивает оптимальное продолжение операции; этот принцип выбора управления называется принципом оптимальности;
- так продолжается до первого шага, но поскольку первый шаг не имеет предыдущего, то полученное для него условное оптимальное управление теряет свой условный характер и становится просто оптимальным управлением, которое мы ищем;
- второй круг оптимизации начинается с первого шага, для которого оптимальное управление известно.

Тема занятия: Теория игр
Вид занятия: Урок освоения нового
Тип занятия: Комбинированный урок
Цель и задачи занятия:
Учебная: Формирование представления о теории игр.
Воспитательная:. Сформировать познавательную потребность.
Развивающая: Развитие логического и аналитического мышления.
Основные методы, **применяемые на занятии**: объяснение нового материала, обсуждение.
Обеспечение занятия: доска, мел*,*

Содержание

1. Чем занимается теория игр
2. Парная игра с нулевой суммой. Цена игры
3. Игра в нормальной форме. Матрица игры
4. Примеры конечных игр. Принцип минимакса
5. Седловая точка. Чистая цена игры
6. Решение игры в смешанных стратегиях. Основная теорема теории игр

Чем занимается теория игр

Что такое теория игр? - Это — математическая теория конфликтов.

А что такое конфликт?

Это — такая ситуация (положение, стечение обстоятельств), в которой сталкиваются интересы сторон, происходит борьба интересов. Каждый из участников хочет чего-то своего, не того, чего хотят другие.

Самые простые примеры конфликтов — это **игры** (шашки, шахматы, различные спортивные игры).

Они отличаются тем, что ведутся по определенным правилам. Правила игры - это система условий, указывающих, какие возможности предоставляются игрокам (перечень возможных ходов); к какому результату (выигрышу, проигрышу) приводит каждая данная совокупность ходов.

Далеко не каждый встречающийся на практике конфликт протекает по правилам. Чтобы сделать возможным математический анализ конфликта, нужно представить конфликт в игровой форме, т. е. указать **стратегии** (образы действий), возможные для участников, и уточнить, к какому результату приведет игра, если каждый из игроков выберет определенную стратегию. Таким образом, игра есть конфликт с четко сформулированными условиями.

Часто бывает так, что результат конфликта — даже при вполне определенных стратегиях участников — предсказать в точности нельзя, так как он зависит от случая. Такими случайными обстоятельствами, вмешивающимися в ход игры, могут быть, например, тасовка и сдача карт, попадание или непопадание в цель при стрельбе и т. п. Тогда вместо «результата игры» нужно говорить о **среднем результате**, т. е. о результате, приходящемся в среднем на одну партию игры, если будет сыграно достаточно большое количество партий. Действительно, в одной партии может случайно «повезти» и игроку, применяющему явно неразумную стратегию. Если же партий будет много, то в **среднем** выигрывает тот, кто ведет себя разумно.

Когда мы говорим о результате, или среднем результате, игры, то предполагаем, что этот результат выражается определенным **числом**. А всегда ли это бывает так? Не всегда. Например, в шахматах мы не всегда выражаем результат числом, а просто говорим: выигрыш, проигрыш, ничья. Но ведь можно условиться и перевести их в числовую форму, например выигрышу приписать значение + 1, проигрышу —1, ничьей 0.

Мы будем предполагать, что в любом конфликте выигрыш (проигрыш) каждого из игроков выражается числом. Тогда основную задачу теории игр можно сформулировать так:

-Как должен вести себя (какую стратегию применять) разумный игрок в конфликте с разумным противником (или противниками), чтобы обеспечить себе в среднем наибольший возможный выигрыш?

Парная игра с нулевой суммой. Цена игры

Если в конфликте участвуют две стороны, игра называется парной, если несколько — ***множественной***. Парные игры проще множественных и имеют большее практическое значение. Мы ограничимся только парными играми.

Каждую игру будем рассматривать конфликт между двумя игроками: К («красные») и С («синие»). Для удобства рассуждений, чтобы иметь какую-то определенную точку зрения, будем обычно становиться на сторону одного из игроков (пусть это будет К) и говорить о нем «мы», а о другом — «противник». Это не означает, что сторона К будет иметь какое-нибудь реальное преимущество. Просто нам так будет удобнее.

Игра называется ***игрой с нулевой суммой***, если одна сторона выигрывает то, что проигрывает другая, т. е. сумма выигрышей К и С равна нулю. В жизни часто встречаются конфликты, в которых это условие не выполняется.

Например, в военном столкновении вполне возможно, что проигрывают обе стороны. Однако во многих случаях можно, не слишком искажая сущность явления, рас сматривать парные конфликты как игры с ну левой суммой.

Итак, допустим, что интересы К и С строго противоположны и что сумма выигрышей их равна нулю. Это будет для нас очень удобно в вычислительном смысле. Еще бы! Ведь если выигрыш К равен по величине и противоположен по знаку выигрышу Г, то можно рассматривать выигрыш только одного из игроков: выигрыш другого определится автоматически.

Давайте выберем в качестве выигрывающего игрока К. Игрок К заинтересован в том, чтобы обратить свой выигрыш (обозначим его k) в максимум (сделать его наибольшим). Игрок Г, наоборот, заинтересован в том, чтобы обратить его в минимум (сделать наименьшим). Каждый из игроков К и Г, преследуя свою цель, принимает все меры к тому, чтобы ему было лучше, а сопернику — хуже.

В результате борьбы интересов, если оба противника одинаково разумны, по-видимому, должно быть найдено некоторое ***равновесное положение***, при котором каждый игрок получит то, что ему причитается,— не больше и не меньше. Этот равновесный средний выигрыш, на который вправе рассчитывать игрок К, если обе стороны будут вести с разумно, т. е. придерживаться своих оптимальных (наилучших) стратегий, называется ***ценой игры***.

Если цена игры равна нулю, значит, это справедливая игра, т. е. она в одинаковой мере выгодна пли невыгодна той и другой стороне Если цена игры положительна, значит игра выгодна для К. Если отрицательна, придется признать, что она выгодна для С...

Решить игру – это значит найти пару оптимальных стратегий (для К и С) и цену игры, т. е. средний выигрыш игрока К, если оба – и К и С – будут вести себя разумно.

А если разумно будет вести себя только К, а не С? Ну что же – тем хуже для С! Выигрыш К от этого уменьшиться не может. В худшем случае он останется таким же, а в лучшем – увеличиться.

В ***теории игр*** рассматриваются ситуации, связанные с принятием решений, в которых два разумных ***противника***имеют ***конфликтующие цели***. К числу типичных примеров относится рекламирование конкурирующих товаров и планирование военных стратегий противоборствующих армий. Эти ситуации принятия решений отличаются от рассмотренных ранее, где природа не рассматривается в роли недоброжелателя.

В игровом конфликте участвуют два противника, именуемые ***игроками***, каждый из которых имеет некоторое множество (конечное или бесконечное) возможных выборов, которые называются ***стратегиями***. С каждой парой стратегий связан платеж, который один из игроков выплачивает другому. Такие игры известны как ***игры двух лиц с нулевой суммой***, так как выигрыш одного игрока равен проигрышу другого. В такой игре достаточно задать результаты в виде платежей для одного из игроков. При обозначении игроков через **A** и **B** с числом стратегий **n** и **m** соответственно игру обычно представляют в виде матрицы платежей игроку **A**:

Таблица 1. Матрица платежей

.	B_1	B_2	...	B_4
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Такое представление матричной игры означает, что если игрок **A** использует стратегию **i**, а игрок **B** — стратегию **j**, то платеж игроку **A** составляет $\mathbf{a_{ij}}$ и, следовательно, игроку **B** - $(-\mathbf{a_{ij}})$.

На следующем шаге мы рассмотрим ***оптимальное решение игры двух лиц с нулевой суммой***.

Поскольку игры берут свое начало в конфликте интересов, оптимальным решением игры является одна или несколько таких стратегий для каждого из игроков, при этом любое отклонение от данных стратегий не улучшает плату тому или другому игроку. Эти решения могут быть в виде единственной чистой стратегии или нескольких стратегий, которые являются смешанными в соответствии с заданными вероятностями. Рассматриваемые ниже примеры демонстрируют перечисленные ситуации.

На этом шаге мы рассмотрим оптимальное решение игры двух лиц с нулевой суммой.

Пример. Две компании A и B продают два вида лекарств против гриппа. Компания A рекламирует продукцию на радио (A1), телевидении (A2) и в газетах (A3). Компания B, в дополнение к использованию радио ($\mathbf{B_1}$), телевидения ($\mathbf{B_2}$) и газет ($\mathbf{B_3}$), рассылает также по почте брошюры ($\mathbf{B_4}$). В зависимости от умения и интенсивности проведения рекламной кампании, каждая из компаний может привлечь на свою сторону часть клиентов конкурирующей компании. Приведенная ниже матрица характеризует процент клиентов, привлеченных или потерянных компанией **A**.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	−2	9	−3	−3
A_2	6	**5**	6	8	**5** **максимин**
A_3	−2	4	−9	5	−9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
	минимакс				

Рис. 1. Матрица характеристик

Решение игры основано на обеспечении наилучшего результата из наихудших для каждого игрока. Если компания **A**выбирает стратегию $\mathbf{A_1}$, то, независимо от того, что предпринимает компания **B**, наихудшим результатом является потеря компанией **A** 3% рынка в пользу компании **B**. Это определяется минимумом элементов первой строки матрицы платежей. Аналогично при выборе стратегии $\mathbf{A_2}$ наихудшим исходом для компании **A** является увеличение рынка на 5% за счет компании **B**. Наконец, наихудшим исходом при выборе стратегии $\mathbf{A_3}$ является потеря компанией **A** 9% рынка в пользу компании **B**. Эти результаты содержатся в столбце ***"Минимумы строк"***. Чтобы достичь наилучшего результата из наихудших, компания **A** выбирает стратегию $\mathbf{A_2}$, так как она соответствует наибольшему элементу столбца ***"Минимумы строк"***.

Рассмотрим теперь стратегии компании **B**. Так как элементы матрицы являются платежами компании **A**, критерий наилучшего результата из наихудших для компании **B** соответствует выбору минимаксного значения. В результате приходим к выводу, что выбором компании **B** является стратегия $\mathbf{B_2}$.

Оптимальным решением в игре является выбор стратегий $\mathbf{A_2}$ и $\mathbf{B_2}$, т.е. обеим компаниям следует проводить рекламу на телевидении. При этом выигрыш будет в пользу компании **A**, так как ее рынок увеличится на 5%. В этом случае говорят, что цена игры равна 5% и что компании **A** и **B** используют стратегии, соответствующие седловой точке.

Решение, соответствующее седловой точке, гарантирует, что ни одной компании нет смысла пытаться выбрать другую стратегию. Действительно, если компания **В** переходит к другой стратегии ($\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_3$ или $\mathbf{B}_4$), то компания **А**может сохранить свой выбор стратегии $\mathbf{A}_2$, что приведет к большей потере рынка компанией В (6 или 8%). По тем же причинам компании **А** нет резона использовать другую стратегию, ибо если она применит, например, стратегию $\mathbf{A}_3$, то компания **В** может использовать свою стратегию $\mathbf{B}_3$ и увеличить свой рынок на 9%. Аналогичные выводы имеют место, если компания **А** будет использовать стратегию $\mathbf{A}_1$.

Оптимальное решение игры, соответствующее ***седловой точке***, не обязательно должно характеризоваться чистыми стратегиями. Вместо этого оптимальное решение может требовать смешивания случайным образом двух или более стратегий, как это сделано в следующем примере.

Пример. Два игрока **А** и **В** играют в игру, основанную на подбрасывании монеты. Игроки одновременно и независимо друг от друга выбирают герб **(Г)** или решку **(Р)**. Если результаты двух подбрасываний монеты совпадают (т.е. **ГГ** или**РР**), то игрок **А** получает один доллар от игрока. Иначе игрок **А** платит один доллар игроку **В**.

Следующая матрица платежей игроку **А** показывает величины минимальных элементов строк и максимальных элементов столбцов, соответствующих стратегиям обоих игроков.

	B_1	B_2	B_3	B_4	Минимумы строк
A_1	8	–2	9	–3	–3
A_2	6	**5**	6	8	**5** максимин
A_3	–2	4	–9	5	–9
Максимумы столбцов	8	**5**	9	8	
		минимакс			

Рис. 1. Матрица платежей

Максиминная и минимаксная величины (цены) для этой игры равны -1 долл. и 1 долл. соответственно. Так как эти величины не равны между собой, игра не имеет решения в чистых стратегиях. В частности, если игрок **А** использует стратегию $\mathbf{A}_{\text{Г}}$, игрок **В** выберет стратегию $\mathbf{B}_{\text{Р}}$, чтобы получить от игрока **А** один доллар. Если это случится, игрок **А**может перейти к стратегии $\mathbf{A}_{\text{Р}}$, чтобы изменить исход игры и получить один доллар от игрока **В**. Постоянное искушение каждого игрока перейти к другой стратегии указывает на то, что решение в виде чистой стратегии неприемлемо. Вместо этого оба игрока должны использовать надлежащую случайную комбинацию своих стратегий. В рассматриваемом примере оптимальное значение цены игры находится где-то между максиминнои и минимаксной ценами для этой игры:

максиминная (нижняя) цена ≤ цена игры ≤ минимаксная (верхняя) цена.

Следовательно, в данном случае цена игры должна лежать в интервале [-1,1], измеряемом в долларах.

На следующем шаге ***мы приведем несколько задач***.

Тема занятия: ***Основные понятия теории графов. Сетевые графики. Оптимизационные задачи сетевого планирования.***

Вид занятия: Урок освоения нового

Тип занятия: Комбинированный урок

Цель и задачи занятия:

Учебная: Формирование представления о графах. Научить составлять сетевые графики.

Воспитательная:. Сформировать познавательную потребность.

Развивающая: Развитие логического и аналитического мышления.

Основные методы, применяемые на занятии: объяснение нового материала, обсуждение.

Обеспечение занятия: доска, мел,

Содержание

1. Основные понятия теории графов
2. Сетевой график и правила его построения

1. Основные понятия теории графов

Теория графов сформировалась в 30-е годы XX в. и широко применяется во многих разделах науки и техники. Ее методы успешно используются в теории информации и коммуникационных сетей, планировании производства, генетике и химии, на транспорте и т. д.

Геометрически граф – это набор вершин (точек), определенные пары которых соединены линиями. Например, сеть дорог между городами можно представить в виде графа следующим образом. Города обозначим точками (вершинами), а дороги - неориентированными линиями (рис. 1).

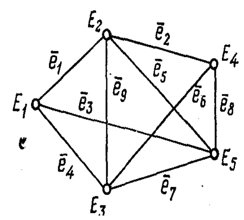


Рис. 1.

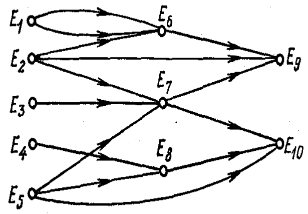


Рис. 2.

Рассмотрим другой пример.

Производственный участок изготовляет два вида изделий E_9 и E_{10}. Изделие E_9 собирается из узлов E_6, E_7 и детали E_2, а изделие E_{10} — из узлов E_7, E_8 и детали E_5. В свою очередь узел E_6 собирается из двух деталей E_1 и одной детали E_2, узел E_7 — из деталей E_2, E_3 и E_5. а узел E_8 — из деталей E_4 и E_5.

Применяемость узлов и деталей при сборке можно изобразить в виде графа (рис. .2). Вершинам графа ставят в соответствие узлы, детали и изделия, а связи между ними (вхождение деталей в узлы и изделия и узлов в изделия) отображают ориентированными линиями.

Математически конечным графом G называется пара (E, e), где E — непустое конечное множество элементов (вершин), а e—конечное (возможно, пустое) множество пар элементов из E (дуг или ребер). Символически граф можно записать $G=(E,e)$.

Путем в орграфе называется конечная последовательность дуг, в которой начало каждой последующей дуги совпадает с концом предыдущей. При отсутствии кратных дуг путь можно записать в виде последовательности вершин, через которые он проходит. *Контуром* называется путь, начальная вершина которого совпадает с конечной. *Длина пути* или *контура* — число дуг, входящих в путь или контур.

Под *смешанным графом* понимается такой, в котором вершины соединены как ребрами, так и дугами.

Граф называется *связным,* если между каждой парой его вершин существует такая последовательность элементов (дуг или ребер или же и дуг, и ребер), что любая пара соседних элементов в этой последовательности имеет общую вершину. Связный неориентированный граф называется *деревом,* если он не имеет циклов. В дереве любые две вершины связаны единственной цепью.

В случаях обработки информации на компьютере, граф удобно задавать в виде матрицы смежности или матрицы инциденций.

Матрицей смежности вершин орграфа называется квадратная матрица A, каждый ij-й элемент которой численно равен количеству дуг, идущих из Ei вершины в Ej. Если мы имеем неориентированный граф, то ему соответствует симметрическая матрица смежности, так как дуги (Ei, Ej) и (Ej, Ei) существуют одновременно. Матрица смежности вершин графа, изображенного на рис. 1, представлена в табл. 1.

Таблица 1Матрица смежности для графа, изображенного на рисунке 1

E	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
E_1	1	1	1	0	0
E_2	1	0	1	1	0
E_3	0	1	0	1	0
E_4	0	0	0	0	1
E_5	0	0	0	0	0

2. Сетевой график и правила его построения

Одним из математических методов современной теории управления большими системами, широко применяемым на практике, является *метод сетевого планирования и управления* (СПУ).

Основой метода СПУ является сетевой график (сетевая модель), отражающий(ая) логическую взаимосвязь и взаимообусловленность входящих в него элементарных операций (работ).

В системах СПУ используются следующие, наиболее распространенные способы построения сетевых графиков:

1) сетевые графики в терминах «дуги-операции». В таких графиках вершины, называемые *событиями,* соответствуют моментам времени начала или окончания одной или нескольких операций, а дуги — операциям;

2) сетевые графики в терминах «дуги-связи», в которых операции изображаются вершинами сети, а дуги показывают порядок выполнения (взаимосвязь) отдельных операций.

В сетевом графике различают три вида событий: *исходное, завершающее и промежуточное. Исходное* — это такое событие, с которого начинается выполнение комплекса операций. *Завершающее с*оответствует достижению конечной цели, т. е. завершению комплекса операций. Сетевые графики с несколькими завершающими событиями называются *многоцелевыми.* К *промежуточным* относятся все прочие события.

События обозначаются кружками или другими геометрическими фигурами. Предполагается, что события не имеют продолжительности и наступают как бы мгновенно.

Моментом свершения события считается момент окончания выполнения всех входящих в это событие операций.

Пока не выполнены все входящие в событие операции, не может свершиться само событие, а следовательно, не может быть начата ни одна из непосредственно следующих за ним операций. Различают три вида операций:

1) *действительная операция* процесс, требующий затрат времени и ресурсов (разработка проекта, подвоз материалов, выполнение монтажных работ и т. д.);

2) *операция-ожидание* процесс, требующий только затрат времени (затвердение бетона, естественная сушка штукатурки перед началом малярных работ, рост растений и т. д.);

3) *фиктивная операция,* или логическая зависимость, отражает технологическую или ресурсную зависимость в выполнении некоторых операций.

При построении сетевых графиков необходимо соблюдать определенные правила:

1) в сети не должно быть событий (кроме исходного), в которые не входит ни одна дуга;

2) не должно быть событий (кроме завершающего), из которых не выходит ни одной дуги;

3) сеть не должна содержать контуров;

4) любая пара событий сетевого графика может быть соединена не более чем одной дугой.

5) если какие-либо операции могут быть начаты до полного окончания непосредственно предшествующей им операции, то последнюю целесообразно представить как ряд последовательно выполняемых операций, завершающихся определенными событиями. Например, если операции *c* и *d* могут быть начаты до полного окончания операции *b,* то операцию *b* рекомендуется разбить на элементарные операции b_1, b_2 и b_3 и представить выполнение всех операций в виде графика, изображенного на рис. 1.6.Для отражения технологической или ресурсной зависимости в выполнении операций применяют фиктивные операции (рис. 1.7).

Построение сетевого графика начинается с составления списка операций (работ), подлежащих выполнению. Операции, включенные в список, характеризуются определенной продолжительностью, которая устанавливается на основе действующих нормативов или по аналогии с ранее выполнявшимися операциями. Такие временные оценки называются детерминированными.

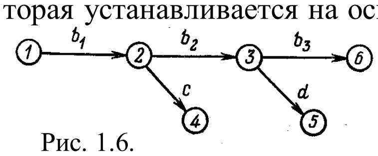


Рис. 1.6.

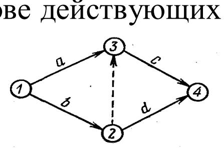


Рис.1.7.

Тема занятия: ***Транспортная задача в сетевой постановке***
Вид занятия: Урок освоения нового
Тип занятия: Комбинированный урок
Цель и задачи занятия:

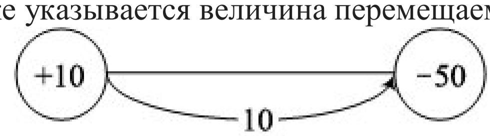
Учебная: Научить решать транспортные задачи с помощью сетевых графиков
Воспитательная:. Сформировать познавательную потребность.
Развивающая: Развитие логического и аналитического мышления.

Основные методы, применяемые на занятии: объяснение нового материала, обсуждение.
Обеспечение занятия: доска, мел,

Сетевые постановки транспортных задач

Транспортные задачи, рассмотренные в теме по линейному программированию, можно решать с использованием методов теории графов. Они имеют преимущества, так как в ходе поисков оптимального плана поставок одновременно выбираются наиболее рациональные пути их перевозок. В сетевой постановке транспортных задач имеются непосредственные связи между пунктами и отсутствуют косвенные связи.

Сетевая постановка закрытой транспортной задачи. Граф должен представлять ориентированное дерево. Построение его можно начинать с любой вершины. Если начальная вершина положительная (+), то продукция из нее вывозится и она является началом дуги (стрелки), которая должна входить в одну из смежных вершин. При построении графа с отрицательной вершины (–), в которую ввозится продукция, она должна быть концом дуги (стрелки), выходящей из любой смежной вершины. Стрелка вдоль ребра символизирует превращение его в дугу. На стрелке указывается величина перемещаемой продукции:



Составление базисного плана. В качестве начальной вершины выбрана положительная вершина a – поставщик, имеющий 70 единиц продукции (рис. 9.6). От нее направлены две стрелки: а) в отрицательную вершину d, которой требуется 50 единиц продукции; б) в вершину f(+20) перемещаем 20 единиц продукции.

Исчерпав возможности поставщика a, переходим к распределению продукции поставщика b (+90). Из вершины b отправляем в вершину c всю продукцию (90 ед.). В ней оставляем (вершине c) необходимые 55 единиц, а лишнюю часть (35 ед.) передаем в вершину h, куда необходимо поставить 75 единиц продукции. Недостающую продукцию 40 единиц должны получить от соседнего поставщика g , который имеет 15 единиц. Этого недостаточно, поэтому вершину h пополняем недостающими единицами из вершины e (+25), пройдя через вершину g. В результате проведенных операций все поставщики отправили продукцию всем потребителям.

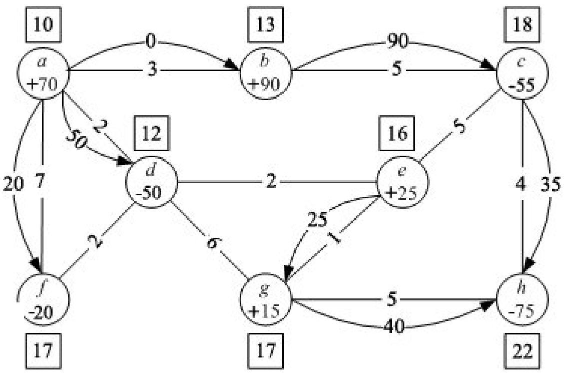


Рис. 2 Базисный план закрытой транспортной задачи в сетевой постановке

Однако мы получили пока несвязный граф (имеется пробел между стрелками). Он состоит из двух связных компонент. Число стрелок в графе (рис. 2) равно 6, а должно быть 7, так как в графе 8 вершин. Следовательно, на одном из ребер ставим стрелку любого направления с нулевой поставкой продукции, чтобы образовать контур. Для этого подходит соединение вершин a–b, а также d–e и не подходит соединениеc–e, d–f, чтобы не образовать контуры.

При базисном распределении поставок, соблюдая правила, надо стремиться к размещению стрелок на ребрах с меньшими значениями c_{ij}(они указаны посередине ребра), что трудно сделать в задачах большой размерности.

Проверка допустимого плана на оптимальность проверяется методом потенциалов. Для этого вначале любой вершине присваивается любая величина потенциала (λ). Однако его величина должна быть большая, по сравнению с c_{ij} ребер графа, чтобы не получить отрицательных потенциалов вершин и не усложнять работу.

В вершине a потенциал устанавливаем равным $\lambda_a = 10$. Двигаясь по дугам со стрелками, вычисляем потенциалы других вершин сети с учетом направления стрелок. Если стрелка выходит из вершины, то к ее потенциалу прибавляется величина c_{ij} ребра; если стрелка входит в вершину, то с ее потенциала вычитается c_{ij} соответствующего ребра. Потенциалы вершин (λ) заключаем в прямоугольник у вершины.

Функционал можно рассчитывать с использованием c_{ij} или λ:

$Z = \sum \lambda_i \cdot x_{ij} = 10 \cdot 70 + 13 \cdot 90 + 18 \cdot (-55) + 12 \cdot (-50) + 16 \cdot 25 + 17 \cdot (-20) + + 17 \cdot 15 + 22 \cdot (-75) = -1055$.

$Z = \sum c_{ij} \cdot x_{ij} = 3 \cdot 0 + 90 \cdot 5 + 7 \cdot 20 + 2 \cdot 50 + 1 \cdot 25 + 4 \cdot 35 + 5 \cdot 40 = 1055$.

Величины функционалов получены одинаковые, но с противоположными знаками. Следует проверить план на оптимальность.

Базисный план на оптимальность проверяется путем расчета характеристики (E_{ij}) ребер, не имеющих дуг (стрелок) (см. рис. 9.6). Любому ребру сетки соответствует два потенциала вершин, которые им соединяются. Следует из большего потенциала вершины вычесть меньший потенциал и полученную разность вычесть из c_{ij} ребра, например:

$E_{df} = c_{df} - (\lambda_f - \lambda_d) = 2 - (17 - 12) = -3$.

В нашем графе план неоптимальный, так как имеет два ребра с отрицательными характеристиками E_{ij}: ребро d – e (–2) и d – f (–3). Поэтому производим перераспределение поставок. Для этого на ребро с наибольшей отрицательной $E_{df} = -3$ ставится стрелка, которая имеет направление от вершины с меньшим потенциалом к вершине с большим потенциалом d→f.

Размер поставки на новой стрелке зависит от следующих обстоятельств. Новая стрелка привела к образованию псевдоконтура a→d→f←a, что требует изъятия одной стрелки для соблюдения правила: число вершин минус единица равно числу стрелок в графе. Кроме того следует разрушить псевдоконтур, которого не должно быть в графе. В возникшем псевдоконтуре выбираем стрелку противоположного направления новой стрелке d→f. Выбираем, если есть несколько, ту стрелку которая имела наименьшую величину поставки (af = 20) до появления новой стрелки d→f.

Минимальную поставку (20) перераспределяем по псевдоконтуру следующим образом: она прибавляется на стрелках, имеющих одинаковое направление с новой стрелкой и вычитается из поставок на стрелках, которые имеют противоположное направление новой стрелке.

В рассматриваемом псевдоконтуре стрелка a→d имеет одинаковое направление с новой d→f. На a→d прибавляется поставка 20 к прежней 50 и получается новая поставка 70. Излишек поставки 20, образовавшийся в вершине d передается вершине f по новой стрелке d→f. Прежняя поставка 20 между вершинами a→f убирается вместе со стрелкой (рис. 3). В результате перемещения минимальной поставки 20 по псевдоконтуру ликвидирован сам контур, потребители получили необходимую продукцию.

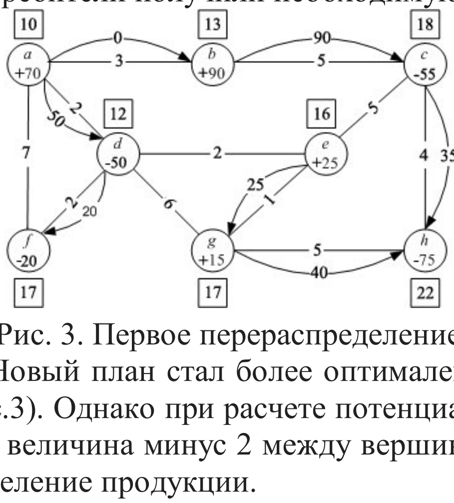


Рис. 3. Первое перераспределение поставки (20) по псевдоконтуру

Новый план стал более оптимален, так как величина функционала уменьшилась на 100 (см. рис.3). Однако при расчете потенциалов вершин и характеристики ребер получена отрицательная величина минус 2 между вершинами d – e. Значит, необходимо произвести новое перераспределение продукции.

Для этого на ребро с отрицательной характеристикой ставим стрелку d→e. Образуется псевдоконтур a→d→e→g→h←c←b←a, в котором одна из встречных стрелок a→b имеет минимальную поставку, равную нулю. Ее перераспределяем по псевдоконтуру, как описано выше, и получаем новый допустимый план (рис. 4).

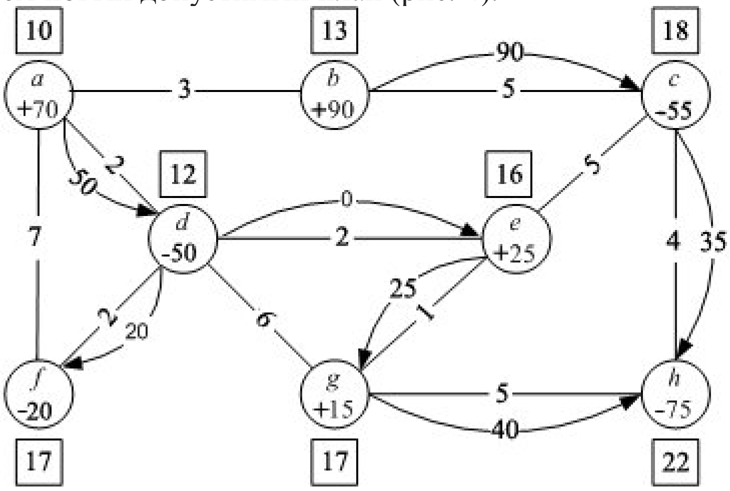


Рис4 Второе перераспределение поставки (0) по псевдоконтуру

Расчет потенциалов вершин и характеристики ребер без стрелок показывает, что ребра не имеют отрицательных характеристик. Таким образом, получен оптимальный вариант без изменения функционала, так как перемещалась нулевая поставка.

РАЗДЕЛ 3 ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИКУМУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ»

для студентов специальности 230115 «Программирование в компьютерных системах»

Введение

Представленный заданий предназначен для проведения практических работ во время аудиторных занятий по курсу «Математические методы» объёмом 62 часа аудиторных занятий. Предполагается, что на выполнение практических работ затрачивается примерно половина времени аудиторных занятий по данному курсу — в среднем по 2 часа на одну практическую работу.

Особенность предлагаемых заданий состоит в том, что они обеспечивают достаточную практическую подготовку по изучаемому курсу. При разработке заданий автор опирался на классическую структуру курса «Математические методы», но при этом стремился насытить её наиболее содержательными приёмами математического моделирования, трудоёмкость которых ещё допускает их освоение в формате практической работы.

За рядом вполне естественных исключений, задания построены таким образом, чтобы они не представляли собой условные расчётные примеры, а имели очевидный студенту экономический смысл, приводя к конкретным предложениям по подготовке и принятию хозяйственных решений. По замыслу составителя, практические занятия должны стимулировать критическое отношение к осваиваемым математическим методам, формировать понимание границ их применимости.

Практические работы не имеют сквозного характера, выполняются независимо одна от другой и потому могут дополнять практические курсы, построенные на основе учебных материалов других авторов, в том числе по более объёмным курсам. Если, напротив, на изучение данного курса выделено меньшее количество часов либо сочетание объёмов теоретического и практического курсов отличается от рекомендуемого в пользу изложения теоретического материала, преподаватель может опустить некоторые практические работы либо отдельные их задания.

Студенты должны ознакомиться с содержанием практической работы заранее во время самостоятельной подготовки, причём обязательно после освоения теоретического материала (лекций и рекомендуемой литературы) по соответствующей теме. Если отдельные положения заданий или методических указаний к ним студенту не вполне понятны, он должен обратиться к преподавателю с вопросом до начала практической работы. При выполнении этих требований и в отсутствие нештатных ситуаций (например, компьютерных сбоев) для выполнения лабораторного практикума в полном объёме не требуется внеаудиторной работы (помимо подготовительной).

Практическое занятие №1. *Решение задач линейного программирования графическим методом*

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования графическим методом.

Приборы и материалы: линейка, угольник (или циркуль), карандаш; микрокалькулятор либо КПК, оснащённый табличным процессором; ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; электронные таблицы.

Задание

Решить графическим методом задачу линейного программирования согласно индивидуальному варианту (см. ниже).

Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

При выполнении задания 2 необходимо предусмотреть:

- переменные по выпуску продукции каждого вида;
- ограничения по использованию сырого молока и по времени загрузки автоматизированных фасовочных линий,
- другие ограничения и переменные согласно индивидуальным вариантам задания.

Задачу следует решать симплексным методом. Разрешается либо получить опорное решение методом искусственного базиса, либо использовать метод последовательного наложения ограничений, рассмотренный в лекции.

Рекомендуется по завершении расчётов выполнить проверку правильности численного решения с использованием программных средств линейной оптимизации.

Требования к отчёту

По заданию 1 в отчёте должны быть представлены чертежи, поясняющие решение задачи линейного программирования графическим методом.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций. Допускается рукописное приложение к отчёту, содержащее решение задания 1.

Литература

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Светлов Н.М., *Светлова Г.Н.* Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и XA / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

Варианты заданий

1. $\max x_1+3x_2$ $-x_1+3x_2 \le 3$ $x_1+x_2 \le 7$ $3x_1+x_2 \le 15$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	2. $\min -6x_1+9x_2$ $x_1+3x_2 \ge 9$ $-2x_1+x_2 \le 5$ $2x_1-3x_2 \le 0$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	3. $\min 2x_1-x_2$ $2x_1+3x_2 \ge 12$ $x_1-x_2 \le 1$ $x_1 \le 5$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$
4. $\max x_1+2x_2$ $-x_1+3x_2 \ge 0$ $x_1+x_2 \le 8$ $3x_1+x_2 \le 15$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	5. $\max 9x_1-9x_2$ $x_1+3x_2 \ge 9$ $-2x_1+x_2 \le 5$ $4x_1-6x_2 \le 0$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	6. $\min 2x_1-x_2$ $2x_1+3x_2 \ge 6$ $x_1-2x_2 \le 1$ $x_1 \le 6$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$
7. $\max x_1+3x_2$ $-x_1+3x_2 \ge 6$ $x_1+x_2 \le 8$ $3x_1+2x_2 \le 15$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	8. $\min -x_1+2x_2$ $x_1+3x_2 \ge 12$ $-2x_1+x_2 \le 5$ $2x_1-3x_2 \le 10$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	9. $\max -2x_1+x_2$ $-2x_1+3x_2 \ge 12$ $x_1+x_2 \le 5$ $x_1 \le 3$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$
10. $\max x_1+x_2$ $-x_1+x_2 \le 3$ $x_1+x_2 \le 8$ $3x_1-x_2 \le 10$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	11. $\max 2x_1-3x_2$ $x_1+3x_2 \ge 9$ $-2x_1+x_2 \le 5$ $2x_1-3x_2 \le 0$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	12. $\min x_1-2x_2$ $2x_1+5x_2 \ge 12$ $x_1-x_2 \le 8$ $x_1 \le 10$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$
13. $\max x_1+3x_2$ $-x_1+3x_2 \ge 1$ $x_1-x_2 \le 7$ $3x_1+x_2 \le 15$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	14. $\min -x_1+x_2$ $x_1+3x_2 \ge 9$ $-2x_1+x_2 \le 5$ $2x_1-4x_2 \le 0$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	15. $\max -x_1+2x_2$ $2x_1+3x_2 \ge 6$ $x_1-x_2 \le 8$ $x_1+3x_2 \le 10$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$
16. $\max x_1+3x_2$ $-x_1+3x_2 \le 7$ $x_1+x_2 \le 3$ $3x_1+x_2 \le 20$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	17. $\min x_1+5x_2$ $x_1+3x_2 \ge 9$ $-2x_1+x_2 \le 5$ $2x_1-5x_2 \le 0$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	18. $\min 2x_1-2x_2$ $3x_1+3x_2 \ge 12$ $x_1-x_2 \le 6$ $x_2 \le 5$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$
19. $\max x_1+2x_2$ $-2x_1+3x_2 \le 3$ $x_1+x_2 \le 7$ $3x_1+x_2 \le 12$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	20. $\max 2x_1+3x_2$ $x_1+3x_2 \ge 9$ $-2x_1+x_2 \le 5$ $2x_1+3x_2 \le 6$ $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	

Практическое занятие №2 *Решение задач линейного программирования симплексным методом*

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования симплексным методом.

Приборы и материалы: микрокалькулятор либо КПК, оснащённый табличным процессором;

Задание

Составить и решить симплексным методом задачу линейного программирования (с учётом изменений, предусмотренных индивидуальным вариантом задания), предназначенную для составления оптимальной производственной программы молокоперерабатывающего предприятия при следующих условиях.

- Ассортимент выпускаемой продукции включает пастеризованное молоко, кефир и сметану, а также дополнительную продукцию согласно индивидуальному варианту задания.
- Затраты сырого молока составляют:
- На пастеризованное молоко – 1,01 кг/кг;
- На кефир – 1,01 кг/кг;
- На сметану – 9,45 кг/кг.
- Поставщики в состоянии поставить не более 140 ц молока в сутки.
- Фасовка молока и кефира осуществляется на автоматизированной линии производительностью 5 ц молока или 6 ц кефира в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 21 часа.
- Фасовка сметаны осуществляется на другой автоматизированной линии производительностью 30 кг сметаны в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 16 часов.
- Цена реализации пастеризованного молока – 2,4, кефира – 2,7, сметаны – 13,8 тыс. руб./ц.
- План должен обеспечивать максимальную *выручку* от реализации молочной продукции (контракт на поставку молока уже оплачен).

Требования к отчёту

В отчёте следует привести:

- математическую запись задачи линейного программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- исходную симплексную таблицу;
- все промежуточные симплексные таблицы;
- заключительную симплексную таблицу;
- оптимальное решение, оптимальное значение целевой функции и экономическую интерпретацию оптимального плана.

К заданию

1. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5200 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,8 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
2. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2200 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,9 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,2 ц/ч. Максимальный выпуск — 20 ц/сут.
3. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7200 руб./ц. Затраты сырого молока — 15 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,2 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
4. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,3 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. Суммарный максимальный выпуск кефира обоих видов — 40 ц/сут. (минимальный выпуск кефира жирного не регламентируется).
5. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5500 руб./ц. Затраты сырого молока — 18 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,3 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.

6. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2000 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,8 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,2 ц/ч. Максимальный выпуск — 12 ц/сут.
7. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7800 руб./ц. Затраты сырого молока — 14 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,25 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
8. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 790 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,31 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. Доля обезжиренного кефира в общем производстве кефира должна составлять не менее трети.
9. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,4 ц/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.
10. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2500 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,85 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,15 ц/ч. Йогурта должно производиться не меньше, чем сметаны.
11. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7500 руб./ц. Затраты сырого молока — 16 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,25 ц/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.
12. Дополнительный вид продукции — кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,27 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5.5 ц/ч. Суммарный минимальный выпуск кефира обоих видов — не более 8 ц/сут.
13. Дополнительный вид продукции — творог. Цена — 5400 руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,35 ц/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.
14. Дополнительный вид продукции — йогурт. Цена — 2750 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 0,25 ц/ч. Максимальный выпуск — 15 ц/сут.
15. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7700 руб./ц. Затраты сырого молока — 19 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 0,2 ц/ч. Оборудование может работать не более 20 ч./сут.
16. Дополнительный вид продукции — кефир фруктовый. Цена — 1080 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,57 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5,5 ц/ч. Фруктового кефира должно выпускаться не меньше, чем обычного.
17. Дополнительный вид продукции — творог с изюмом. Цена — 6400 руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 0,15 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
18. Дополнительный вид продукции — молочный коктейль. Цена — 2050 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц, сахара — 4 кг/ц. Суточный ресурс сахара составляет 60 кг. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 0,5 ц/ч.
19. Дополнительный вид продукции — творожные сырки. Цена — 7300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17,5 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных продуктов — 0,15 ц/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.
20. Дополнительный вид продукции — кефир фруктовый. Цена — 1180 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,87 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 6 ц/ч. В ассортименте кефира фруктовый кефир должен составлять не менее 60%.

Практическое занятие №3. *Решение задач двойственным симплексным методом*

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач линейного программирования симплексным методом.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором; программа линейной оптимизации Sunset XA.

Задание

Составить и решить симплексным методом задачу, двойственную к задаче, соответствующей индивидуальному варианту задания практической работы №2.

При помощи полученного решения:

- определить максимальную цену, по которой выгодно покупать молочное сырьё;
- рассчитать максимально приемлемый уровень затрат на сокращение нерабочего периода каждого из фасовочных автоматов на 3%.

На основе полученного решения двойственной задачи определить, выгодным ли окажется производство нового продукта — обезжиренного молока, если затраты сырого молока на 1 ц обезжиренного составляют 0,1 ц, производительность его упаковки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 7 ц/ч, цена — 300 руб./ц.

Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

Рекомендуется по завершении расчётов выполнить проверку правильности численного решения с использованием программных средств линейной оптимизации.

Требования к отчёту

По заданию 1 в отчёте должны быть представлены:

- математическая запись двойственной задачи линейного программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- исходная симплексная таблица;
- заключительная симплексная таблица;
- оптимальное решение и оптимальное значение целевой функции.

По заданию 2 в отчёте должны быть отражены расчёты и их результат.

По заданию 3 в отчёте требуется представить заключение о целесообразности производства обезжиренного молока, обоснованное расчётами.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. *В.В. Федосеева*. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — гл.3.1.

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Светлов Н.М., *Светлова Г.Н.* Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и XA / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

Практическое занятие №4. *Решение транспортных задач методом потенциалов*

Цель работы: овладеть практическими навыками формулирования транспортной задачи и её решения методом потенциалов.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором.

Задание

Составить и решить методом потенциалов задачу в соответствии с нижеследующими условиями и данными индивидуального варианта задания.

Вариант № 1

Составить план перевозок каменного угля с трех шахт в четыре пункта. Производительность шахт(тыс.т) равна соответственно 100;500;50. Потребности заказчиков равны 75;80;60;85 тыс. т. Стоимость перевозки одной тонны угля задается элементами матрицы:

6	7	3	5
1	2	5	6
3	10	20	4

Составить план перевозки, обеспечивающий минимальные транспортные издержки.

Вариан № 2

Три совхоза выделяют соответственно 100,150,150 центнеров молока для ежедневного снабжения четырех пунктов, потребности которых составляют соответственно 75,80,60,85, центнеров молока. Стоимости перевозок 1 ц задаются матрицей:

6	7	3	5
1	2	5	6
3	10	20	1

Организовать снабжение так, чтобы потребители были обеспечены молоком, а затраты были минимальны.

Вариант № 3

В четырех хранилищах имеются соответственно 40,50,60,30 т топлива. Требуется спланировать перевозки так, чтобы спрос трех потребителей составляющий соответственно 60,80,40 т, был удволетворен, а затраты на транспортировку были минимальны. Стоимость перевозок 1 тонны топлива задаются матрицей

4	3	5
6	2	1
7	4	2
5	6	3

Вариант № 4

С четырех складов где хранится соответственно 50;160;70;100 т картофеля, необходимо вывезти его в пять торговых точек. Объем завоза составляет соответственно 80;100;90;50;60 тонн. Стоимости перевозок 1 тонны картофеля задаются матрицей:

4	2	3	6	1
5	3	4	2	6
3	4	7	3	2
2	6	5	4	3

Закрепить поставщиков за торговыми точками так, чтобы общая сумма затрат на перевозку была минимальной.

Вариант № 5

Товары с четырех баз поставляются в три магазина. Запасы товара на базах составляют 115;70;68 тысяч едениц. Потребности магазинов равны (тыс.ед.) 95;38;50;70. Затраты на перевозку 1 тысячи едениц заданы матрицей:

4	7	3	9
2	1	8	5
7	9	6	1

Спланировать перевозки так, чтобы полностью удволетворить потребности магазинов,а затраты на перевозку были минимальны.

Вариант № 6

Продукцию трех заводов (тысячи едениц) 50;70;40 соответственно необходимо доставить потребителям, спрос которых составляет 30;60;45;25 тысячи еденицю Известна матрица транспортных расходов:

4	7	1	3
5	9	6	2
8	2	9	11

Составить план перевозок так, чтобы суммарные транспортные расходы были минимальны.

Вариант № 7

Собранный урожай в четырех совхозах должен быть перевезен на три элеватора, мощности которых составляют соответственно 60;80;100 тысяч тонн. Составить план перевозки зерна, минимизирующих транспортные расходы, если урожай по совхозам составил (тыс.т): 40;60;80;60. Известна матрица транспортных расходов:

1	3	4	2
4	5	8	3
2	3	6	7

Вариант № 8

Заводы № 1,2,3 производят однородную продукцию в колличестве соответственно 280;350 и 470 едениц. Продукция отправляется в три пункта, потребности которых равны соответственно 300,340 и 360 еденицам. Известна матрица транспортных расходов:

7	5	1
3	4	5
4	2	1

Организовать перевозки так, чтобы суммарная стоимость транспортных расходов была минимальной,при условии, что коммуникации между заводом №2 и первым пунктом не позволяют пропускать в рассматриваемый период более 200 едениц продукции.

Вариант № 9

Найти оптимальное распределение трех видов механизмов, имеющихся в количестве 45;20 и 35, между четырьмя участками работ, потребности которых составляют соответственно 10;20;30;40 механизмов при следующей матрице производительности каждого их механизмов на соответствующем участке работы:

5	4	0	5
3	5	3	0
0	6	7	6

Нулевые элементы означают, что данный механизм не может быть использован на данном участке работы

Задание 2*

Топливно-энергетический комплекс региона включает пять шахт, где добывается бурый уголь, четыре теплоцентрали и две электростанции. Себестоимость добычи 1 т бурого угля на шахтах с первой по пятую составляет соответственно 2,4; 2,8; 3,4; 3,0; 2,9 тыс. руб. Затраты на 1 тонно-километр его перевозки железнодорожным транспортом – 35 руб., автомобильным – 65 руб. Расстояния приведены в табл. 1. Годовой объём добычи угля на каждой шахте и его потребления на теплоцентралях и электростанциях, а также сведения о наличии железнодорожной станции указаны в индивидуальных вариантах задания. Перевозка железнодорожным транспортом возможна только между объектами, расположенными рядом с железнодорожными станциями.

Определить оптимальный план перевозок бурого угля и затраты на обеспечение топливом теплоцентралей и электростанций.

Таблица 1Расстояния между поставщиками и потребителями бурого угля, км

Шахты	Теплоцентрали				Электростанции	
	I	II	III	IV	I	II
I	12	155	204	244	342	109
II	185	75	174	214	312	282
III	185	80	19	59	157	202
IV	235	130	31	79	177	332
V	63	173	74	114	190	160

В случае избытка добывающих мощностей определить также оптимальный план добычи в предположении, что вывоз угля за пределы региона нецелесообразен. В случае недостатка определить, какие теплоцентрали либо электростанции следует обеспечить углём, поставляемым из-за пределов региона по цене 6,2 тыс. руб./т.

Методические указания по выполнению задания

Задание можно выполнять с помощью микрокалькулятора.

Требования к отчёту

В отчёте должны быть представлены:

- математическая запись транспортной задачи с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- оптимальное решение (значения переменных) и оптимальное значение целевой функции, полученные методом потенциалов;
- доказательство оптимальности полученного решения.

Литература

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. *В.В. Федосеева*. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — раздел 3.2.

Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: Учебник. – 2-е изд. М.: Финансы и статистика, 2005. — раздел 2.2.6.

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Варианты заданий

Таблица 2 Годовые объёмы добычи и потребления бурого угля, тыс. т.(символом * отмечены предприятия, не имеющие доступа к железнодорожной станции)

Варианты	Добыча на шахтах					Потребление на теплоцентралях				Потребление на	
	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	I	II
1	600	~~120~~	700	250*	410	100	80	~~120~~	150	1000	730
2	760	400	320	~~230~~	250	~~130~~	60*	60*	120	1000	950
3	220	220	1150	~~1110~~	230*	70*	80	90	150	~~1000~~	1080
4	540	360	360	980	~~800~~	50	100	150	100*	~~1000~~	1360
5	400	450*	~~360~~	660	700	60	60*	130	~~130~~	1110	900
6	900	410	490	~~330~~	890	70*	130	70*	~~130~~	1260	1100
7	300	420	700	~~250~~	410	100*	80*	120	~~150~~	900	1030
8	940	360*	~~360~~	1080	800	50*	100	~~150~~	100	1500	1360
9	~~1200~~	360	360	360	550	60	60*	140	130	~~1110~~	900
10	~~660~~	400	530	130	250*	130	60	60	120*	1300	~~950~~

Примечание. Если аудиторное время выполнения лабораторной работы, составляет 4 часа, значения в зачёркнутых клетках *используются* для формирования индивидуального варианта. Если объём аудиторной работы составляет 2 часа, значения в зачёркнутых клетках принимаются равными нулю.

Практическое занятие №5.*Решение задач о назначениях*

Цель работы: овладеть практическими навыками формулирования задачи о назначениях и её решения методом ветвей и границ.

Приборы и материалы: доска, мел, рабочие тетради, раздаточный материал.

Задание

Необходимо решить задачу на назначение: распределить вакансии таким образом , чтобы минимизировать временные затраты на выполнение работ при условии ,что каждый из претендентов получит одну и только одну из работ. Матрица временных затрат каждого претендента на выполнение заданной работы:

Составить и решить методом ветвей и границ задачу в соответствии с нижеследующими условиями и данными индивидуального варианта задания.

Варианты заданий

Вариант № 1.

Работники	Номера работ									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Иванов	17	9	1	15	1	9	3	4	6	3
Петров	4	14	11	11	4	12	2	3	5	3
Сидоров	0	17	18	16	9	16	4	6	7	1
Копылов	4	17	10	12	16	14	3	7	3	1
Минин	2	5	18	8	18	5	1	6	1	3
Резько	7	17	0	8	8	17	7	3	2	7
Власов	3	1	1	3	2	3	4	5	3	0
Демченко	6	0	2	1	1	5	4	0	1	1
Серёгин	0	1	3	7	4	3	5	2	2	4
Панин	3	3	5	0	3	0	3	1	1	0

Вариант № 2.

раб. /№ вак.	1	2	3	4	5	6
Качурова	0	2	8	9	4	3
Панова	8	12	14	7	1	3
Стевко	9	10	0	0	4	8
Санин	12	2	1	1	7	0
Пинских	9	14	2	4	6	13
Петров	10	3	3	7	8	2

Вариант № 3.

раб./ № вак	1	2	3	4	5	6
Володин	3	5	4	9	10	13
Ганшин	15	7	3	9	5	7
Попов	5	5	1	3	2	11
Сидоров	2	8	6	11	17	14
Хаджиев	18	11	3	5	14	6
Зорин	12	16	8	11	8	10

Вариант № 4.

раб./ № вак	1	2	3	4	5	6
Чертков	15	19	11	4	3	13
Демичев	14	6	5	7	0	9
Фурцева	16	7	19	13	3	7
Токин	0	10	9	1	14	16
Столяров	1	14	18	4	14	6
Носов	0	4	1	13	10	0

Вариант № 5.

раб / № вак..	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Суслов	17	9	1	3	1	8	1	9	15
Ларин	4	14	4	0	0	5	6	12	11
Выгонова	0	17	5	0	7	6	9	16	16
Петров	4	5	6	5	4	2	1	14	12
Васин	2	17	7	4	3	7	0	5	8
Титов	7	9	5	1	1	4	2	17	8
Шохин	1	5	4	6	0	3	3	9	11
Чапкина	2	17	6	7	5	1	5	10	16
Беликова	4	9	7	8	3	7	5	12	12

Вариант № 6.

№ вак. раб.	1	2	3	4	5	6	7	8
Беляев	2	6	5	8	4	8	1	8
Сидоров	4	9	5	8	2	8	2	7
Ваничкин	5	9	5	2	6	7	9	7
Зайцева	5	2	7	2	6	7	4	9
Ватагин	6	2	8	5	5	7	8	6
Родин	2	4	5	5	3	3	2	3
Шмыглов	7	6	9	6	5	5	4	7
Петренко	7	1	9	11	6	7	6	1

Вариант № 7.

раб. /№ вак.	1	2	3	4	5	6
Шорин	2	5	1	0	3	0
Волков	3	4	4	1	5	1
Чайников	7	3	5	6	8	9
Летвинов	5	7	3	5	10	2
Дорина	1	6	7	4	3	5
Быкова	0	4	6	3	5	4

Вариант № 8.

раб. /№ вак.	1	2	3	4	5	6
Скляров	12	2	4	2	1	0
Данин	5	9	6	6	3	7
Панина	7	2	2	3	4	5
Шолохов	2	8	8	9	0	2
Власенко	0	4	4	8	6	4
Сытин	4	3	1	5	2	3

Вариант № 9.

№ вак.раб.	1	2	3	4	5	6
Тыквин	3	8	5	10	3	0
Болшев	4	1	8	9	0	1
Строгина	7	7	3	5	3	6
Жданов	2	4	6	6	5	3
Чёрный	5	2	8	4	2	7
Ногина	4	0	1	2	6	9

Вариант № 10.

№ вак.раб.	1	2	3	4	5	6
Костина	2	4	5	7	8	1
Кузнецов	3	1	0	2	3	6
Швындин	4	5	5	7	9	7
Петров	5	3	10	5	5	2
Сидоров	1	4	3	8	7	1
Иваненко	3	2	5	4	4	2

Вариант № 11.

№ вак. раб.	1	2	3	4	5	6
Никитин	4	3	4	0	1	2
Коткова	6	12	5	6	3	7
Равин	2	7	0	8	8	3
Глатерман	8	1	3	5	5	5
Чуйкова	4	5	2	4	8	9
Санченко	9	0	5	3	4	1

Вариант № 12.

№ вак. раб.	1	2	3	4	5	6
Сеченов	3	7	3	3	0	9
Кудрявцев	5	5	5	9	5	2
Попкова	2	9	2	8	3	6
Танин	7	8	8	6	5	4
Воловик	1	2	6	5	1	2
Пьянова	9	4	3	6	2	4

Вариант № 13.

№ вак. раб.	1	2	3	4	5	6
Иванов	2	11	5	14	4	9
Петров	4	8	9	9	5	6
Сидоров	6	7	3	2	8	2
Васин	3	9	0	7	3	9
Лорин	9	3	5	6	8	5
Борисова	12	0	8	5	4	4

Вариант № 14.

№ вак. раб.	1	2	3	4	5	6
Вырин	3	2	4	9	2	2
Карина	4	1	6	2	6	6
Рожнев	8	3	4	8	9	9
Суслова	6	5	8	5	2	4
Пинкин	2	4	10	4	8	0
Лапин	0	9	4	2	3	7

Вариант № 15.

№ вак.раб.	1	2	3	4	5	6
Анукин	2	4	4	3	5	1
Павлова	5	8	7	9	6	5
Динченко	9	8	6	6	8	3
Волохов	4	5	9	8	2	0
Ританин	0	4	2	4	1	8
Бобова	2	4	0	3	5	6

Вариант № 16.

№ вак.раб.	1	2	3	4	5	6
Говорухин	3	6	8	6	5	1
Панюшкин	5	9	5	6	5	2
Попков	7	7	4	8	7	6
Ратникова	4	2	8	5	8	4
Капин	9	5	9	4	2	0
Мастерова	10	4	0	2	9	3

Практическое занятие №6. *Решение задач нелинейного программирования.*

Цель работы: овладеть практическими навыками решения задач математического программирования градиентными методами с использованием прикладных программ.

Приборы и материалы: ПЭВМ, оснащённая табличным процессором Microsoft Excel с установленной надстройкой «Поиск решения».

Задание

Составить и решить задачу математического программирования (с учётом изменений, предусмотренных индивидуальным вариантом задания), предназначенную для составления оптимальной производственной программы ассоциации молокоперерабатывающих предприятий при следующих условиях.

- Ассортимент выпускаемой продукции включает пастеризованное молоко, кефир и сметану, а также дополнительную продукцию согласно индивидуальному варианту задания.
- Затраты сырого молока при объёме выпуска 100 т в сутки составляют: на пастеризованное молоко – 1,01 кг/кг; на кефир – 1,01 кг/кг; на сметану – 9,45 кг/кг. Затраты сырья зависят от объёмов производства. Эластичность затрат сырья по объёмам продаж постоянна и указана в индивидуальном варианте задания.
- Поставщики в состоянии поставить не более 1,4 тыс. т молока в сутки.
- Фасовка молока и кефира осуществляется на автоматизированных линиях общей производительностью 50 т молока или 60 т кефира в час. В течение суток оборудование может эксплуатироваться не более 21 часа.
- Фасовка сметаны осуществляется на автоматизированных линиях производительностью 3 т сметаны в час. В течение суток линия может эксплуатироваться не более 18 часов.
- Оптовая цена продажи при объёме реализации 100 т в сутки: пастеризованного молока – 2,4, кефира – 2,7, сметаны – 13,8 тыс. руб./ц. Цена зависит от объёма продажи. Эластичность цены по объёмам продаж постоянна и указана в индивидуальном варианте задания.
- Минимальный суточный объём выпуска продукции каждого вида соответствует количеству, фасуемому на соответствующем оборудовании в течение получаса.
- План должен обеспечивать максимальную *выручку* от реализации молочной продукции (контракт на поставку молока уже оплачен).

С помощью составленной задачи определить:

- удельные затраты сырого молока на производство каждого вида продукции согласно оптимальному плану;
- оптовые цены, соответствующие оптимальному плану;
- предельную цену приобретения сырого молока.

Оформить отчёт.

Методические указания по выполнению задания

Проверить решение задачи рекомендуется с помощью средства «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel. Рекомендуемые параметры для процедуры поиска решения: относительная погрешность – 1e-9, допустимое отклонение – 0,005%, сходимость – 1e-9. Переключатели «Неотрицательные переменные» и «Автоматическое масштабирование» включить. Установить: оценки – линейные, разности – прямые, метод поиска – Ньютона.

При аварийной остановке вычислительного процесса, обусловленной присвоением некоторой переменной нулевого или отрицательного значения, следует вручную присвоить данной переменной любое положительное значение, после чего возобновить поиск решения.

При получении сообщения «Решение найдено» следует проконтролировать выполнение ограничений.

Чтобы быть уверенным в обнаружении оптимального решения, необходимо получить не менее трёх его вариантов, пользуясь разными начальными значениями переменных задачи. Если различия между значениями переменных и (или) целевой функции превышают 0.1%, следует повторить решение, уменьшив значения параметров «относительная погрешность» и «сходимость» процедуры поиска решения.

Для ответа на вопросы задания 2 необходимо воспользоваться расчётными формулами, описывающими зависимости цен продукции от объёмов её реализации и потребности в сырье от объёмов выпуска продукции, а также значением множителя Лагранжа по балансу молочного сырья. Значения множителей Лагранжа отображаются в отчёте «Устойчивость». Для создания этого отчёта следует при сохранении найденного оптимального решения в диалоговом окне «Результаты поиска решения» выбрать тип отчёта «Устойчивость».

Требования к отчёту

В отчёте следует привести:

- математическую запись задачи математического программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
- оптимальное решение, оптимальное значение целевой функции и экономическую интерпретацию оптимального плана;
- значения множителей Лагранжа, соответствующих ограничениям модели;
- обоснованные ответы на вопросы задания 2 с указанием формул, использованных для расчётов.

Если иное не предписано преподавателем, отчёт сдаётся в электронном виде на дискете или с помощью средств электронных телекоммуникаций.

Литература

Шелобаев С.И. Экономико-математические методы и модели: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — Раздел 4.1.

Вентцель Е.С. Исследование операций: Задачи, принципы, методология. М.: Высшая школа, 2001.

Светлов Н.М., *Светлова Г.Н.* Построение и решение оптимизационных моделей средствами программ MS Excel и XA / РГАУ – МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: 2005.

Варианты заданий

Таблица 3 Исходные данные индивидуальных вариантов заданий лабораторной работы №8

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объёма реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объёмам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объёмам продаж
1.	Кефир фруктовый. Цена — 1180 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,87 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 60 т/ч.	–0,034 –0,062 –0,022 –0,047	–0,014 –0,012 –0,012 –0,017
2.	Творог. Цена — 5200 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 8 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	–0,046 –0,042 –0,062 –0,057	–0,010 –0,022 –0,020 –0,011
3.	Йогурт. Цена — 2200 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,9 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 2 т/ч.	–0,033 –0,034 –0,060 –0,051	–0,020 –0,012 –0,019 –0,014
4.	Творожные сырки. Цена — 7200 руб./ц. Затраты сырого молока — 15 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2 т/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.	–0,024 –0,042 –0,012 –0,037	–0,014 –0,017 –0,012 –0,016
5.	Кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,3 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 60 т/ч.	–0,034 –0,032 –0,032 –0,037	–0,009 –0,007 –0,012 –0,006
6.	Творог. Цена — 5500 руб./ц. Затраты сырого молока — 18 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 3 т/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.	–0,084 –0,060 –0,042 –0,027	–0,012 –0,014 –0,017 –0,012
7.	Йогурт. Цена — 2000 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,8 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 2 т/ч.	–0,080 –0,056 –0,042 –0,077	–0,009 –0,014 –0,010 –0,012

Вариант	Дополнительный вид продукции (цена и затраты сырья указаны для объёма реализации 100 т в сутки)	Эластичность цен молока, кефира, сметаны и дополнительной продукции по объёмам продаж	Эластичность удельного расхода сырого молока при выпуске молока, кефира, сметан и дополнительной продукци по объёмам продаж
8.	Творожные сырки. Цена — 7800 руб./ц. Затраты сырого молока — 14 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2,5 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	–0,034 –0,022 –0,022 –0,027	–0,017 –0,012 –0,011 –0,010
9.	Кефир обезжиренный. Цена — 790 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,31 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 60 т/ч.	–0,034 –0,042 –0,038 –0,029	–0,019 –0,022 –0,015 –0,010
10.	Творог. Цена — 5300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 4 т/ч. Оборудование может работать не более 16 ч./сут.	–0,040 –0,042 –0,036 –0,051	–0,010 –0,015 –0,022 –0,018
11.	Йогурт. Цена — 2500 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,85 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 1,5 т/ч.	–0,062 –0,062 –0,022 –0,047	–0,014 –0,012 –0,015 –0,017
12.	Творожные сырки. Цена — 7500 руб./ц. Затраты сырого молока — 16 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2,5 т/ч. Оборудование может работать не более 19 ч./сут.	–0,046 –0,042 –0,062 –0,057	–0,010 –0,022 –0,020 –0,011
13.	Кефир обезжиренный. Цена — 770 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,27 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 55 т/ч.	–0,033 –0,024 –0,060 –0,051	–0,020 –0,022 –0,019 –0,014
14.	Творог. Цена — 5400 руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 3,5 т/ч. Оборудование может работать не более 17 ч./сут.	–0,024 –0,042 –0,033 –0,037	–0,014 –0,017 –0,019 –0,016
15.	Йогурт. Цена — 2750 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки сметаны — 2,5 т/ч.	–0,034 –0,032 –0,052 –0,037	–0,009 –0,007 –0,013 –0,006
16.	Творожные сырки. Цена — 7700 руб./ц. Затраты сырого молока — 19 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных сырков — 2 т/ч. Оборудование может работать не более 20 ч./сут.	–0,084 –0,067 –0,042 –0,027	–0,012 –0,010 –0,017 –0,012
17.	Кефир фруктовый. Цена — 1080 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,57 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 55 т/ч.	–0,080 –0,056 –0,042 –0,070	–0,016 –0,014 –0,010 –0,012
18.	Творог с изюмом. Цена за вычетом расходов на приобре-тение, промывку и просушку изюма — 6400руб./ц. Затраты сырого молока — 13 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творога — 1,5 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	–0,034 –0,022 –0,035 –0,027	–0,017 –0,012 –0,016 –0,010
19.	Молочный коктейль. Цена — 2050 руб./ц. Затраты сырого молока — 0,95 ц/ц, сахара — 4 кг/ц независимо от объёма производства. Суточный ресурс сахара составляет 6 т. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки молока и кефира — 5 т/ч.	–0,034 –0,042 –0,048 –0,029	–0,019 –0,012 –0,015 –0,010
20.	Творожные сырки. Цена — 7300 руб./ц. Затраты сырого молока — 17,5 ц/ц. Производительность фасовки на оборудовании для фасовки творожных продуктов — 1,5 т/ч. Оборудование может работать не более 18 ч./сут.	–0,040 –0,042 –0,096 –0,051	–0,010 –0,015 –0,009 –0,018

Практическое занятие №7. *Динамическое программирование*

Цель работы: овладеть практическими навыками формулирования задач поиска оптимального пути, их решения и анализа на основе принципа оптимальности Беллмана.

Приборы и материалы: линейка, карандаш; микрокалькулятор либо КПК, оснащённый табличным процессором.

Задание

Составить и решить, используя принцип оптимальности Беллмана, задачу отыскания наиболее дешёвого маршрута доставки груза из пункта А в пункт В при условиях, заданных индивидуальным вариантом задания.

Решить задачу при тех же условиях и дополнительном условии обязательного посещения пункта С.

Составить и решить, используя принцип оптимальности Беллмана, задачу отыскания минимальной продолжительности выполнения проекта, начинающегося в момент А и завершающегося событием В, при условиях, заданных индивидуальным вариантом задания.

Методические указания по выполнению задания

Задание рекомендуется выполнять, пользуясь графическими изображениями систем допустимых маршрутов и выполняемых работ.

Требования к отчёту

В отчёте должны быть представлены:

- граф, отображающий допустимые маршруты, с указанием минимальных затрат на достижение каждого пункта;
- оптимальный путь;
- минимальные затраты на доставку груза из пункта А в пункт В при условиях заданий 1 и 2;
- граф, отображающий последовательность работ, предусмотренную проектом, с указанием ранних сроков наступления каждого события;
- критический путь;
- минимальный срок выполнения проекта.

Если преподавателем не предписано иначе, отчёт предоставляется в электронном виде на дискете или с использованием средств компьютерных телекоммуникаций.

Литература

Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности: Учебник. – 2-е изд. М.: Финансы и статистика, 2005. — Глава 5.

Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов / Под ред. *В.В. Федосеева*. — 2-е изд. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — Раздел 3.5.

Варианты заданий

Таблица 4 Исходные данные индивидуальных вариантов заданий

Вариант для заданий		Допустимые маршруты и **затраты на перевозку**, тыс. руб. (задания 1 и 2). Работы и **продолжительность их выполнения**, рабочих дней (задание 3).
№1 и 2	№3	
1	3	А→1: **4,0**; А→2: **5,9**; А→3: **3,1**; А→4: **11,0**; 1→10: **8,8**; 1→4: **5,5**; 2→4: **4,0**; 2→5: **4,0**; 3→5: **3,5**; 3→С: **1,5**; 3→6: **5,6**; 4→7: **4,2**; 4→8: **2,0**; 5→7: **2,2**; С→8: **5,0**; С→В: **24,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; 7→8: **3,3**; 8→10: **7,7**; 8→11: **4,0**; 9→11: **7,9**; 9→В: **6,8**; 10 → В: **8,9**; 11→В: **3,5**
2	4	А→1: **8,0**; А→2: **1,4**; А→3: **4,2**; А→4: **7,7**; 1→10: **6,3**; 1→4: **4,5**; 2→4: **6,0**; 2→5: **6,1**; 3→5: **5,0**; 3→6: **1,5**; 3→С: **4,8**; 4→7: **4,0**; 4→10: **8,9**; 5→7: **5,2**; 6→8: **4,2**; С→9: **5,0**; С→11: **3,4**; 7→8: **3,3**; 8→10: **7,0**; 8→11: **9,0**; 9→11: **7,9**; 9→В: **6,8**; 10 → 11: **2,2**; 11→В: **3,5**
3	5	А→1: **3,1**; А→3: **9,1**; А→2: **1,5**; 1→10: **8,8**; 1→4: **5,5**; 2→4: **4,0**; 2→5: **4,0**; 3→5: **3,5**; 3→7: **1,5**; 3→6: **5,6**; 4→С: **4,2**; 4→8: **6,3**; 5→С: **2,2**; 7→8: **2,0**; 7→В: **14,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; С→8: **3,3**; С→11: **2,0**; 8→10: **7,0**; 8→11: **4,0**; 9→11: **7,9**; 9→В: **6,8**; 10 → В: **8,9**; 11→В: **3,5**
4	6	А→1: **7,0**; А→2: **5,9**; А→3: **3,1**; А→С: **11,0**; 1→10: **8,8**; 1→С: **5,5**; 2→С: **4,0**; 2→5: **4,0**; 3→5: **3,5**; 3→4: **1,5**; 3→6: **8,8**; С→7: **4,2**; С→8: **2,0**; 5→7: **2,2**; 4→8: **5,0**; 4→9: **2,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; 7→8: **8,0**; 8→10: **7,7**; 8→11: **4,0**; 9→11: **4,9**; 9→В: **3,8**; 10 → В: **8,9**; 11→В: **9,5**
5	7	А→1: **5,0**; А→2: **6,9**; А→3: **4,1**; А→4: **12,0**; 1→10: **9,8**; 1→4: **6,5**; 2→4: **4,0**; 2→5: **4,0**; 3→5: **3,5**; 3→С: **1,5**; 3→6: **5,6**; 4→10: **4,2**; 4→8: **2,0**; 5→7: **2,2**; С→8: **5,0**; С→В: **24,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; 7→8: **3,3**; 8→10: **7,7**; 8→11: **4,0**; 9→11: **6,0**; 9→В: **5,8**; 10 → В: **7,9**; 11→В: **2,5**

Вариант для заданий		Допустимые маршруты и **затраты на перевозку**, тыс. руб. (задания 1 и 2).
№1 и 2	№3	Работы и **продолжительность их выполнения**, рабочих дней (задание 3).
6	8	А→1: **6,5**; А→3: **4,2**; 1→2: **1,4**; А→4: **7,7**; 1→10: **6,3**; 1→4: **4,5**; 2→4: **6,0**; 2→5: **6,1**; 3→5: **5,0**; 3→6: **1,5**; 3→С: **2,8**; 4→7: **4,0**; 4→10: **8,9**; 5→7: **5,2**; 6→8: **4,2**; С→9: **5,0**; С→11: **3,4**; 7→8: **12,3**; 8→10: **7,0**; 8→11: **9,0**; 9→11: **7,9**; 9→В: **6,8**; 10 → 11: **7,1**; 11→В: **3,5**
7	9	А→1: **13,0**; А→3: **2,1**; А→2: **1,5**; 1→10: **8,8**; 1→4: **5,5**; 2→4: **4,0**; 2→5: **4,0**; 3→5: **3,5**; 3→7: **1,5**; 3→6: **5,6**; 4→С: **4,2**; 4→8: **6,3**; 5→С: **2,2**; 7→8: **2,0**; 7→В: **4,9**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; С→8: **3,3**; С→11: **5,4**; 8→9: **7,0**; 8→11: **4,0**; 9→11: **7,9**; 9→В: **3,3**; 10 → В: **1,9**; 11→В: **3,5**
8	10	А→1: **3,0**; А→2: **3,9**; А→3: **6,1**; А→С: **7,0**; 1→10: **7,8**; 1→С: **15,3**; 2→С: **5,0**; 2→5: **6,0**; 3→5: **9,5**; 3→4: **7,1**; 3→6: **8,0**; С→7: **1,2**; С→8: **11,0**; 5→7: **2,2**; 4→8: **5,0**; 4→9: **2,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; 7→8: **8,0**; 8→10: **7,7**; 8→11: **4,0**; 9→11: **4,9**; 9→В: **3,8**; 10 → В: **8,9**; 11→В: **9,5**
9	11	А→1: **7,0**; А→2: **8,8**; А→3: **6,0**; А→4: **13,3**; 1→9: **11,8**; 1→4: **8,5**; 2→4: **7,1**; 2→5: **4,0**; 3→5: **6,5**; 3→С: **4,5**; 3→6: **8,6**; 4→7: **7,2**; 4→8: **5,3**; 5→7: **5,2**; С→8: **7,9**; С→В: **19,3**; 6→9: **4,8**; 6→11: **9,2**; 7→8: **5,9**; 8→10: **10,7**; 8→11: **6,8**; 9→11: **11,0**; 9→В: **9,7**; 10 → В: **11,8**; 11→В: **6,0**
10	12	А→1: **8,0**; А→2: **6,0**; А→4: **3,8**; 1→10: **6,3**; 1→4: **4,5**; 2→3: **4,2**; 2→4: **6,0**; 2→5: **6,1**; 3→5: **5,0**; 3→6: **1,5**; 3→С: **12,8**; 4→7: **4,0**; 4→10: **8,9**; 5→С: **0,5**; 5→7: **5,2**; 6→8: **4,2**; С→9: **2,2**; С→11: **1,1**; 7→8: **3,3**; 8→10: **7,0**; 8→11: **9,0**; 9→11: **7,9**; 9→В: **6,8**; 10 → 11: **2,2**; 11→В: **7,6**
11	13	А→1: **2,1**; А→3: **7,0**; А→2: **1,5**; 1→10: **6,8**; 1→4: **4,5**; 2→4: **3,0**; 2→5: **3,5**; 3→5: **3,5**; 3→7: **1,0**; 3→6: **5,0**; 4→С: **0,2**; 4→8: **3,3**; 5→С: **1,2**; 7→8: **1,9**; 7→В: **22,4**; 6→9: **4,8**; 6→11: **5,0**; С→8: **5,3**; С→11: **1,2**; 8→10: **6,0**; 8→11: **3,0**; 9→11: **6,9**; 9→В: **5,8**; 10 → В: **7,9**; 11→В: **2,8**
12	14	А→1: **1,3**; А→2: **6,9**; А→3: **3,1**; А→С: **5,6**; 1→10: **6,1**; 1→С: **5,5**; 2→С: **4,0**; 2→5: **4,0**; 3→5: **3,5**; 3→4: **1,5**; 3→6: **8,8**; С→7: **4,2**; С→8: **2,0**; 5→7: **2,2**; 4→9: **2,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; 7→8: **8,0**; 8→10: **7,7**; 8→11: **9,3**; 9→11: **4,9**; 9→В: **3,8**; 10 → В: **8,9**; 11→В: **9,5**
13	15	А→1: **4,5**; А→2: **11,3**; А→3: **3,5**; А→4: **15,8**; 1→9: **9,3**; 1→4: **11,1**; 2→4: **4,6**; 2→5: **6,5**; 3→5: **4,0**; 3→С: **7,0**; 3→6: **6,1**; 4→7: **9,7**; 4→8: **2,8**; 5→7: **7,7**; С→8: **5,4**; С→В: **21,8**; 6→9: **2,3**; 6→11: **11,7**; 7→8: **3,4**; 8→10: **13,2**; 8→11: **4,3**; 9→11: **13,5**; 9→В: **7,2**; 10 → В: **14,3**; 11→В: **3,5**
14	16	А→1: **9,0**; А→2: **5,0**; А→4: **3,8**; 1→10: **7,3**; 1→4: **3,5**; 2→3: **4,2**; 2→4: **7,0**; 2→5: **5,1**; 3→5: **5,0**; 3→6: **2,5**; 3→С: **11,8**; 4→7: **4,0**; 4→10: **9,9**; 5→С: **1,5**; 5→7: **5,2**; 6→8: **5,2**; С→9: **1,2**; С→11: **1,1**; 7→8: **4,3**; 8→10: **2,7**; 8→11: **9,0**; 9→11: **8,9**; 9→В: **5,8**; 10 → 11: **2,2**; 11→В: **7,6**
15	17	А→1: **7,1**; А→3: **7,0**; А→2: **6,5**; 1→10: **6,8**; 1→4: **9,5**; 2→4: **3,0**; 2→5: **8,5**; 3→5: **3,5**; 3→7: **6,0**; 3→6: **5,0**; 4→С: **5,2**; 4→8: **3,3**; 5→С: **1,2**; 7→8: **6,9**; 7→В: **20,0**; 6→9: **9,8**; 6→11: **5,0**; С→8: **5,3**; С→11: **7,2**; 8→10: **6,0**; 8→11: **8,1**; 9→11: **6,9**; 9→В: **10,5**; 10 → В: **7,9**; 11→В: **7,8**
16	18	А→1: **4,3**; А→2: **2,9**; А→3: **3,1**; А→С: **5,6**; 1→10: **8,1**; 1→С: **3,5**; 2→С: **4,0**; 2→5: **4,0**; 3→5: **5,5**; 3→4: **1,5**; 3→6: **6,8**; С→7: **4,2**; С→8: **4,0**; 5→7: **1,0**; 4→9: **2,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **4,0**; 7→8: **10,0**; 8→10: **7,7**; 8→11: **9,3**; 9→11: **6,6**; 9→В: **1,8**; 10 → В: **8,9**; 11→В: **4,4**
17	19	А→1: **4,5**; А→2: **11,3**; А→3: **3,5**; А→4: **15,8**; 1→9: **9,3**; 1→4: **11,1**; 2→4: **4,6**; 2→5: **6,5**; 3→5: **4,0**; 3→С: **7,0**; 3→6: **6,1**; 4→7: **9,7**; 4→8: **2,8**; 5→7: **7,7**; С→8: **5,4**; С→В: **21,8**; 6→9: **2,3**; 6→11: **11,7**; 7→8: **3,4**; 8→10: **13,2**; 8→11: **4,3**; 9→11: **13,5**; 9→В: **7,2**; 10 → В: **14,3**; 11→В: **3,5**
18	20	А→1: **5,0**; А→2: **1,4**; А→3: **4,2**; А→4: **4,7**; 1→10: **6,3**; 1→4: **4,5**; 2→4: **3,4**; 2→5: **6,1**; 3→5: **5,0**; 3→6: **8,5**; 5→С: **4,8**; 4→7: **4,0**; 4→10: **5,9**; 5→7: **5,2**; 6→8: **4,2**; С→9: **2,3**; С→11: **3,4**; 7→8: **3,3**; 8→10: **4,0**; 8→11: **9,0**; 9→11: **7,9**; 9→В: **3,8**; 10 → 11: **2,2**; 11→В: **3,9**
19	1	А→1: **2,0**; А→3: **8,0**; А→2: **0,4**; 1→10: **8,8**; 1→4: **5,5**; 2→4: **4,0**; 2→5: **2,9**; 3→5: **2,4**; 3→7: **1,5**; 3→6: **5,6**; 4→С: **5,3**; 4→8: **7,4**; 5→С: **3,3**; 7→8: **2,0**; 7→В: **14,4**; 6→9: **2,9**; 6→11: **7,1**; С→8: **4,3**; С→11: **2,0**; 8→10: **7,0**; 8→11: **5,1**; 9→11: **9,0**; 9→В: **7,9**; 10 → В: **8,9**; 11→В: **2,4**
20	2	А→1: **8,9**; А→2: **12,9**; А→3: **5,1**; А→С: **11,0**; 1→10: **8,8**; 1→С: **5,5**; 2→С: **4,0**; 2→4: **2,9**; 3→5: **6,5**; 3→4: **1,5**; 3→6: **8,8**; С→7: **4,2**; С→8: **2,0**; 5→7: **2,2**; 4→8: **5,0**; 4→9: **2,4**; 6→9: **1,8**; 6→11: **6,0**; 7→8: **8,0**; 8→10: **7,7**; 8→11: **4,0**; 9→10: **14,9**; 9→В: **3,8**; 10 → В: **3,9**; 11→В: **4,5**

РАЗДЕЛ 4 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ»

для студентов II курса дневного отделения

специальности 230115 «Программирование в компьютерных системах»

“РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ”

В настоящих методических указаниях рассмотрены основные типы задач линейного программирования, даны рекомендации по построению их математических моделей и поиску оптимальных решений средствами табличного редактора Microsoft Excel.

В целях более эффективного усвоения учебного материала пособие построено по принципу лабораторных работ, разбитых по типам задач линейного программирования.

В рамках лабораторной работы №1 представлены:

- подробные методики и конкретные примеры решения одноиндексных и двухиндексных задач линейного программирования с различными видами ограничений;
- возможные ошибки при вводе условий задач линейного программирования в MS Excel.

Каждая лабораторная работа включает в себя 12 вариантов учебных задач определенного типа, а также список примерных вопросов для защиты работы, охватывающих как теоретические положения, так и конкретные варианты заданий.

Выбранный способ изложения учебного материала позволяет использовать данные указания как в учебных целях, так и для решения практических задач с использованием Microsoft Excel.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ЛП – линейное программирование.

ЦФ – целевая функция.

РЗ – распределительная задача.

ТЗ – транспортная задача.

* – вопрос повышенной сложности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акоф Р., Сасиени М. Основы исследования операций. М.: Мир, 1971.
2. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 1986.
3. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Киев: Вища школа, 1979.
4. Кузнецов А.В., Сакович В.А., Холод Н.И. и др. Сборник задач и упражнений по высшей математике. Математическое программирование. Минск: Вышэйшая школа, 1995.
5. Б.Курицкий. Решение оптимизационных задач средствами Excel. М.: BHV, 1997.
6. Таха Х. Введение в исследование операций. М.: Мир, 1985.
7. Эддоус М., Стенсфилд Р. Методы принятия решений. М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997.

Лабораторная работа №1 «Решение задач линейного программирования с использованием Microsoft Excel”

1.1. Цель работы

Приобретение навыков решения задач линейного программирования (ЛП) в табличном редакторе Microsoft Excel.

1.2. Порядок выполнения работы

Для модели ЛП, соответствующей номеру Вашего варианта, найдите оптимальное решение в табличном редакторе Microsoft Excel и продемонстрируйте его преподавателю.

1.3. Инструкция по использованию Microsoft Excel для решения задач ЛП [5]

Для того чтобы решить задачу ЛП в табличном редакторе Microsoft Excel, необходимо выполнить следующие действия.

1. **Ввести условие задачи:**

a) ***создать экранную форму для ввода условия задачи:***
- переменных,
- целевой функции (ЦФ),
- ограничений,
- граничных условий;

b) ***ввести исходные данные в экранную форму:***
- коэффициенты ЦФ,
- коэффициенты при переменных в ограничениях,
- правые части ограничений;

c) ***ввести зависимости из математической модели в экранную форму:***
- формулу для расчета ЦФ,
- формулы для расчета значений левых частей ограничений;

d) ***задать ЦФ (в окне "Поиск решения"):***
- целевую ячейку,
- направление оптимизации ЦФ;

e) ***ввести ограничения и граничные условия (в окне "Поиск решения"):***
- ячейки со значениями переменных,
- граничные условия для допустимых значений переменных,
- соотношения между правыми и левыми частями ограничений.

2. **Решить задачу:**

a) ***установить параметры решения задачи*** (в окне **"Поиск решения"**);

b) ***запустить задачу на решение*** (в окне **"Поиск решения"**);

c) ***выбрать форма вывода решения*** (в окне **"Результаты поиска решения"**).

1.3.1. Одноиндексные задачи ЛП

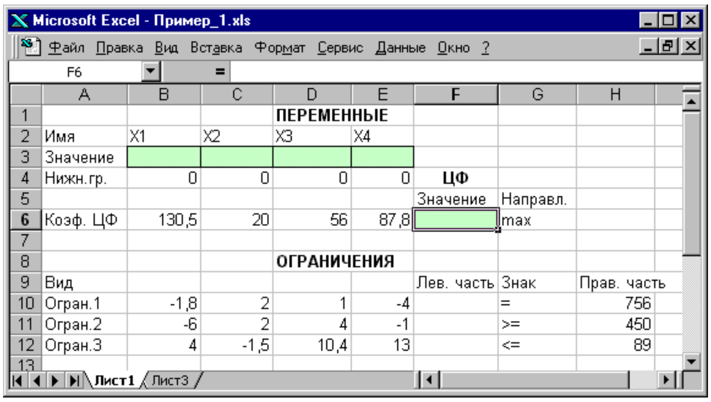
Рассмотрим пример нахождения решения для следующей одноиндексной задачи ЛП:

$$
\begin{aligned}
&L(X)=130{,}5x_1+20x_2+56x_3+87{,}8x_4 \to \max;\\
&-1{,}8x_1+2x_2+x_3-4x_4=756,\\
&-6x_1+2x_2+4x_3-x_4\ge 450,\\
&4x_1-1{,}5x_2+10{,}4x_3+13x_4\le 89,\\
&x_j\ge 0;\ j=\overline{1,4}.
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

1.3.1.1. Ввод исходных данных

Создание экранной формы и ввод в нее условия задачи

Экранная форма для ввода условий задачи (1.1) вместе с введенными в нее исходными данными представлена на рис.1.1.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение							
4	Нижн.гр.	0	0	0	0	ЦФ		
5						Значение	Направл.	
6	Коэф. ЦФ	130,5	20	56	87,8		max	
7								
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4		=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1		>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13		<=	89

Рис.1.1. Экранная форма задачи (1.1) (курсор в ячейке F6)

В экранной форме на рис.1.1 каждой переменной и каждому коэффициенту задачи поставлена в соответствие конкретная ячейка в Excel. Имя ячейки состоит из буквы, обозначающей столбец, и цифры, обозначающей строку, на пересечении которых находится объект задачи ЛП. Так, например, переменным задачи (1.1) соответствуют ячейки **B3** (x_1), **C3** (x_2), **D3** (x_3), **E3** (x_4), коэффициентам ЦФ соответствуют ячейки **B6** ($c_1 =$ 130,5), **C6** ($c_2 =$ 20), **D6** ($c_3 =$ 56), **E6** ($c_4 =$ 87,8), правым частям ограничений соответствуют ячейки **H10** ($b_1 =$ 756), **H11** ($b_2 =$ 450), **H12** ($b_3 =$ 89) и т.д.

Ввод зависимостей из математической модели в экранную форму

Зависимость для ЦФ

В ячейку **F6**, в которой будет отображаться значение ЦФ, необходимо ввести **формулу,** по которой это значение будет рассчитано. Согласно (1.1) значение ЦФ определяется выражением

$$130{,}5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87{,}8x_4 . \qquad (1.2)$$

Используя обозначения соответствующих ячеек в Excel (см. рис.1.1), формулу для расчета ЦФ (1.2) можно записать как **сумму произведений** каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (**B3, C3, D3, E3**), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов ЦФ (**B6, C6, D6, E6**), то есть

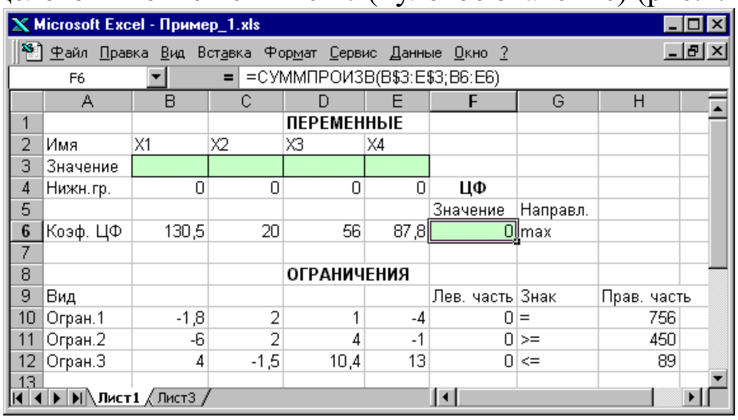
$$B6 \cdot B3 + C6 \cdot C3 + D6 \cdot D3 + E6 \cdot E3 . \qquad (1.3)$$

Чтобы задать формулу (1.3) необходимо в ячейку **F6** ввести следующее выражение и нажать клавишу **"Enter"**

=СУММПРОИЗВ(B$3:E$3;B6:E6), (1.4)

где символ **$** перед номером строки 3 означает, что при копировании этой формулы в другие места листа Excel номер строки 3 не изменится;

символ **:** означает, что в формуле будут использованы **все** ячейки, расположенные между ячейками, указанными слева и справа от двоеточия (например, запись **B6:E6** указывает на ячейки **B6, C6, D6 и E6**). После этого в целевой ячейке появится 0 (нулевое значение) (рис.1.2).



	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение							
4	Нижн.гр.	0	0	0	0	ЦФ		
5						Значение	Направл.	
6	Коэф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	0	max	
7								
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4	0	=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1	0	>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	0	<=	89

Рис.1.2. Экранная форма задачи (1.1) после ввода всех необходимых формул (курсор в ячейке F6)

Примечание 1.1. Существует другой способ задания функций в Excel с помощью режима **"Вставка функций",** который можно вызвать из меню **"Вставка"** или при нажатии кнопки **"** f_x **"** на стандартной панели инструментов. Так, например, формулу (1.4) можно задать следующим образом:

- курсор в поле **F6;**
- нажав кнопку "f_x", вызовите окно **"Мастер функций – шаг 1 из 2";**
- выберите в окне **"Категория"** категорию **"Математические";**
- в окне **"Функция"** выберите функцию **СУММПРОИЗВ*;***
- в появившемся окне **"СУММПРОИЗВ"** в строку **"Массив 1"** введите выражение **B$3:E$3**, а в строку **"Массив 2"** – выражение **B6:E6** (рис.1.3);
- после ввода ячеек в строки **"Массив 1"** и **"Массив 2"** в окне **"СУММПРОИЗВ"** появятся числовые значения введенных массивов (см. рис.1.3), а в экранной форме в ячейке **F6** появится текущее значение, вычисленное по введенной формуле, то есть 0 (так как в момент ввода формулы значения переменных задачи нулевые).

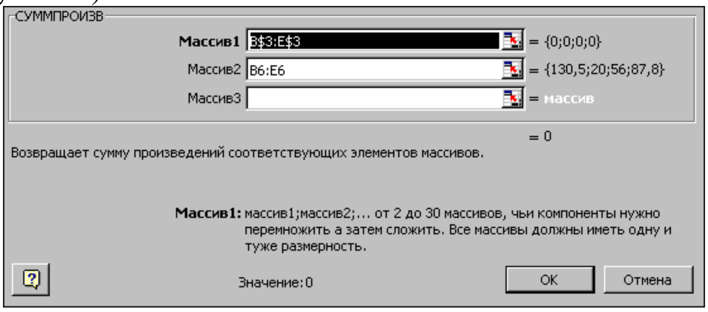


Рис.1.3. Ввод формулы для расчета ЦФ в окно **"Мастер функций"**

Зависимости для левых частей ограничений

Левые части ограничений задачи (1.1) представляют собой *сумму произведений* каждой из ячеек, отведенных для значений переменных задачи (**B3, C3, D3, E3**), на соответствующую ячейку, отведенную для коэффициентов конкретного ограничения (**B10, C10, D10, E10** – 1-е ограничение**; B11, C11, D11, E11** – 2-е ограничение и **B12, C12, D12, E12** – 3-е ограничение). Формулы, соответствующие левым частям ограничений, представлены в табл.1.1.

Таблица 1.1

Формулы, описывающие ограничения модели (1.1)

Левая часть ограничения	Формула Excel
$-1{,}8x_1+2x_2+x_3-4x_4$ или $B10\cdot B3+C10\cdot C3+D10\cdot D3+E10\cdot E3$	**=СУММПРОИЗВ(B$3:E$3;B10:E10)**
$-6x_1+2x_2+4x_3-x_4$ или $B11\cdot B3+C11\cdot C3+D11\cdot D3+E11\cdot E3$	**=СУММПРОИЗВ(B$3:E$3;B11:E11)**
$4x_1-1{,}5x_2+10{,}4x_3+13x_4$ или $B12\cdot B3+C12\cdot C3+D12\cdot D3+E12\cdot E3$	**=СУММПРОИЗВ(B$3:E$3;B12:E12)**

Как видно из табл.1.1, формулы, задающие левые части ограничений задачи (1.1), отличаются друг от друга и от формулы (1.4) в целевой ячейке **F6** только номером строки во втором массиве. Этот номер определяется той строкой, в которой ограничение записано в экранной форме. Поэтому для задания зависимостей для левых частей ограничений достаточно скопировать формулу из целевой ячейки в ячейки левых частей ограничений. Для этого необходимо:

4) поместить курсор в поле целевой ячейки **F6** и скопировать в буфер содержимое ячейки **F6** (клавишами **"Ctrl-Insert"**);

5) помещать курсор поочередно в поля левой части каждого из ограничений, то есть в **F10, F11** и **F12,** и вставлять в эти поля содержимое буфера (клавишами **"Shift-Insert"**) (при этом номер ячеек во втором массиве формулы будет меняться на номер той строки, в которую была произведена вставка из буфера);

6) на экране в полях **F10**, **F11** и **F12** появится 0 (нулевое значение) (см. рис.1.2).

Проверка правильности введения формул

Для проверки правильности введенных формул производите поочередно двойное нажатие левой клавиши мыши на ячейки с формулами. При этом на экране рамкой будут выделяться ячейки, используемые в формуле (рис.1.4 и 1.5).

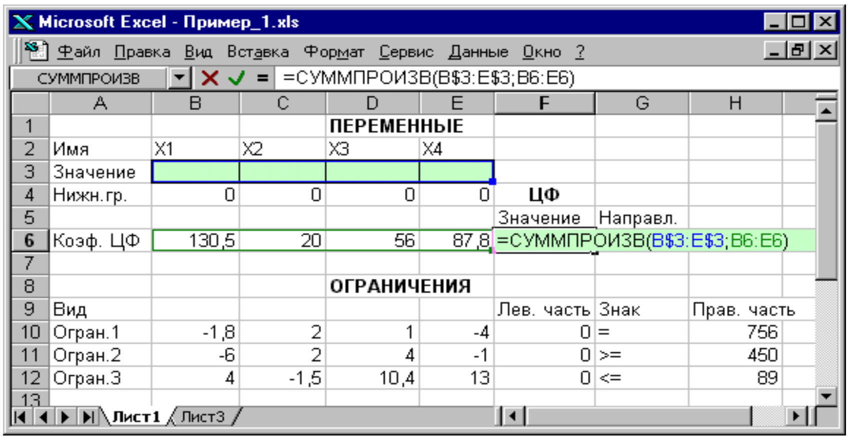


Рис.1.4. Проверка правильности введения формулы в целевую ячейку **F6**

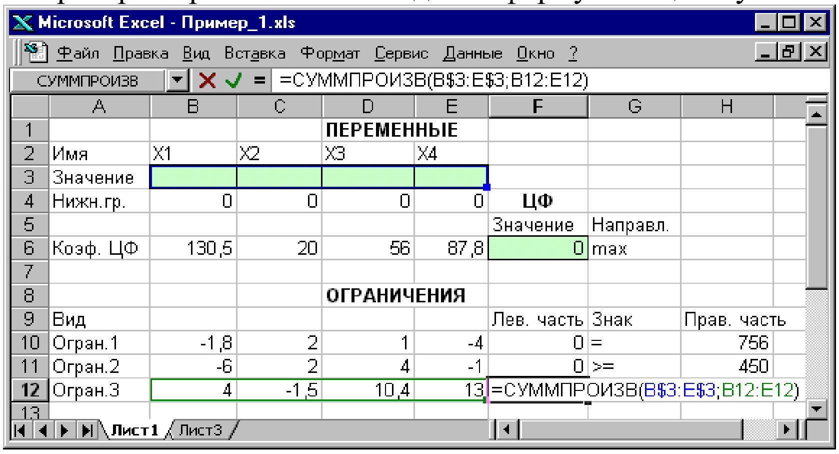


Рис.1.5. Проверка правильности введения формулы в ячейку **F12** для левой части ограничения 3

Задание ЦФ

Дальнейшие действия производятся в окне **"Поиск решения"**, которое вызывается из меню **"Сервис"** (рис.1.6):

- поставьте курсор в поле **"Установить целевую ячейку"**;
- введите адрес целевой ячейки **$F$6** или сделайте одно нажатие левой клавиши мыши на целевую ячейку в экранной форме это будет равносильно вводу адреса с клавиатуры;
- введите направление оптимизации ЦФ, щелкнув один раз левой клавишей мыши по селекторной кнопке **"максимальному значению".**

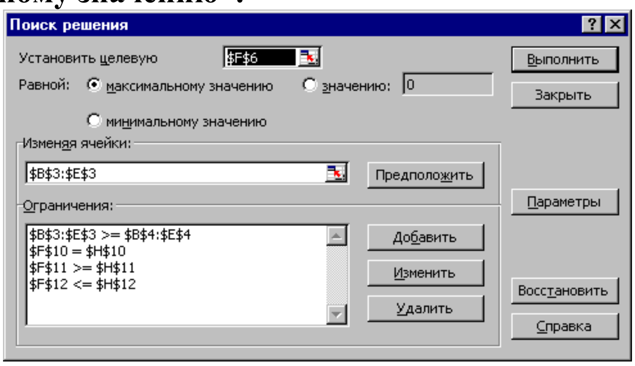


Рис.1.6. Окно **"Поиск решения"** задачи (1.1)

Ввод ограничений и граничных условий

Задание ячеек переменных

В окно **"Поиск решения"** в поле **"Изменяя ячейки"** впишите адреса **$B$3:$E$3**. Необходимые адреса можно вносить в поле **"Изменяя ячейки"** и автоматически путем выделения мышью соответствующих ячеек переменных непосредственно в экранной форме.

Задание граничных условий для допустимых значений переменных

В нашем случае на значения переменных накладывается только граничное условие неотрицательности, то есть их нижняя граница должна быть равна нулю (см. рис.1.1).

8. Нажмите кнопку **"Добавить"**, после чего появится окно **"Добавление ограничения"** (рис.1.7).
9. В поле **"Ссылка на ячейку"** введите адреса ячеек переменных **$B$3:$E$3**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью всех ячеек переменных непосредственно в экранной форме.
10. В поле знака откройте список предлагаемых знаков и выберите $\geq$.
11. В поле **"Ограничение"** введите адреса ячеек нижней границы значений переменных, то есть **$B$4:$E$4**. Их также можно ввести путем выделения мышью непосредственно в экранной форме.

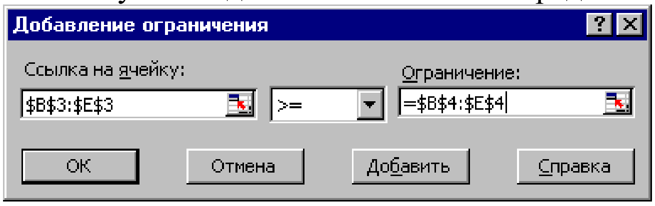


Рис.1.7. Добавление условия неотрицательности переменных задачи (1.1)

Задание знаков ограничений $\leq$, $\geq$, $=$

5. Нажмите кнопку **"Добавить"** в окне **"Добавление ограничения"**.
6. В поле **"Ссылка на ячейку"** введите адрес ячейки левой части конкретного ограничения, например **$F$10**. Это можно сделать как с клавиатуры, так и путем выделения мышью нужной ячейки непосредственно в экранной форме.
7. В соответствии с условием задачи (1.1) выбрать в поле знака необходимый знак, например=.
8. В поле **"Ограничение"** введите адрес ячейки правой части рассматриваемого ограничения, например **$H$10**.
9. Аналогично введите ограничения: **$F$11>=$H$11**, **$F$12<=$H$12**.
10. Подтвердите ввод всех перечисленных выше условий нажатием кнопки **OK**.

Окно **"Поиск решения"** после ввода всех необходимых данных задачи (1.1) представлено на рис.1.6.

Если при вводе условия задачи возникает необходимость в изменении или удалении внесенных ограничений или граничных условий, то это делают, нажав кнопки **"Изменить"** или **"Удалить"** (см. рис.1.6)**.**

1.3.1.2. Решение задачи

Установка параметров решения задачи

Задача запускается на решение в окне **"Поиск решения".** Но предварительно для установления конкретных параметров решения задач оптимизации определенного класса необходимо нажать кнопку **"Параметры"** и заполнить некоторые поля окна **"Параметры поиска решения"** (рис.1.8).

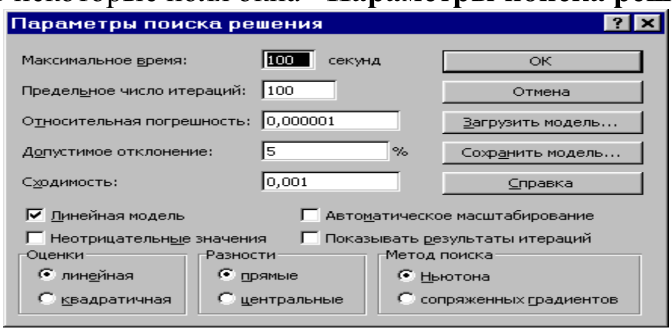


Рис.1.8. Параметры поиска решения, подходящие для большинства задач ЛП

Параметр **"Максимальное время"** служит для назначения времени (в секундах), выделяемого на решение задачи. В поле можно ввести время, не превышающее 32 767 секунд (более 9 часов).

Параметр **"Предельное число итераций"** служит для управления временем решения задачи путем ограничения числа промежуточных вычислений. В поле можно ввести количество итераций, не превышающее 32 767.

Параметр **"Относительная погрешность"** служит для задания точности, с которой определяется соответствие ячейки целевому значению или приближение к указанным границам. Поле должно содержать число из интервала от 0 до 1. Чем *меньше* количество десятичных знаков во введенном числе, тем *ниже* точность. Высокая точность увеличит время, которое требуется для того, чтобы сошелся процесс оптимизации.

Параметр **"Допустимое отклонение"** служит для задания допуска на отклонение от оптимального решения в целочисленных задачах. При указании большего допуска поиск решения заканчивается быстрее.

Параметр **"Сходимость"** применяется только при решении нелинейных задач.

Установка флажка **"Линейная модель"** обеспечивает ускорение поиска решения линейной задачи за счет применения симплекс-метода.

Подтвердите установленные параметры нажатием кнопки **"OK"**.

Запуск задачи на решение

Запуск задачи на решение производится из окна **"Поиск решения"** путем нажатия кнопки **"Выполнить".**

После запуска на решение задачи ЛП на экране появляется окно **"Результаты поиска решения"** с одним из сообщений, представленных на рис.1.9, 1.10 и 1.11.

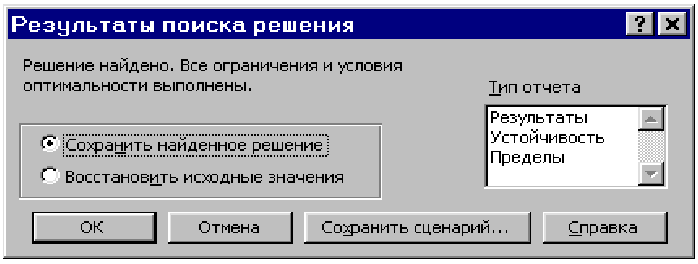


Рис.1.9. Сообщение об успешном решении задачи

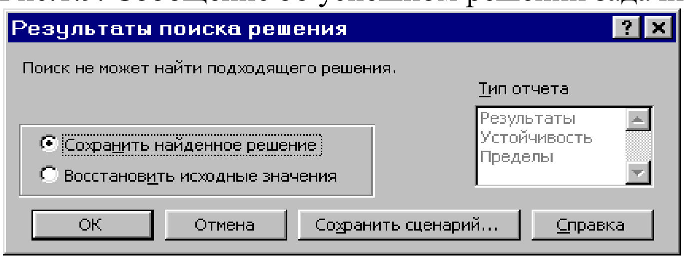


Рис.1.10. Сообщение при несовместной системе ограничений задачи

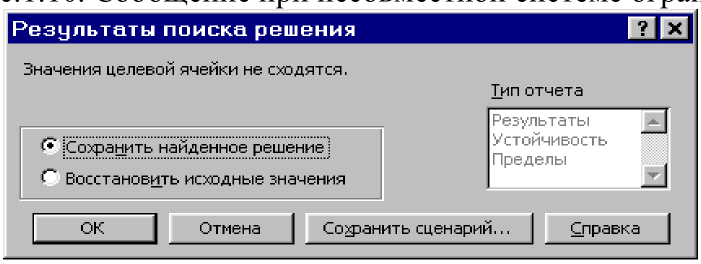
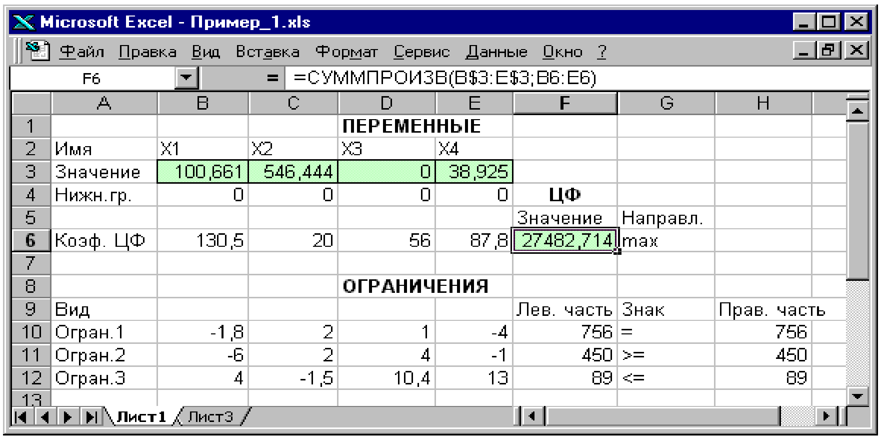


Рис.1.11. Сообщение при неограниченности ЦФ в требуемом направлении

Иногда сообщения, представленные на рис.1.10 и 1.11, свидетельствуют не о характере оптимального решения задачи, а о том, что при вводе условий задачи в Excel были допущены **ошибки**, не позволяющие Excel найти оптимальное решение, которое в действительности существует (см. ниже подразд.1.3.5).

Если при заполнении полей окна **"Поиск решения"** были допущены ошибки, не позволяющие Excel применить симплекс-метод для решения задачи или довести ее решение до конца, то после запуска задачи на решение на экран будет выдано соответствующее сообщение с указанием причины, по которой решение не найдено. Иногда слишком малое значение параметра **"Относительная погрешность"** не позволяет найти оптимальное решение. Для исправления этой ситуации увеличивайте погрешность поразрядно, например от 0,000001 до 0,00001 и т.д.

В окне **"Результаты поиска решения"** представлены названия трех типов отчетов: **"Результаты", "Устойчивость", "Пределы"**. Они необходимы при анализе полученного решения на чувствительность (см. ниже подразд.3.3). Для получения же ответа (значений переменных, ЦФ и левых частей ограничений) прямо в экранной форме просто нажмите кнопку **"OK".** После этого в экранной форме появляется оптимальное решение задачи (рис.1.12).



	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение	100,661	546,444	0	38,925			
4	Нижн.гр.	0	0	0	0	ЦФ		
5						Значение	Направл.	
6	Коэф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	27482,714	max	
7								
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4	756	=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1	450	>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	89	<=	89
13								

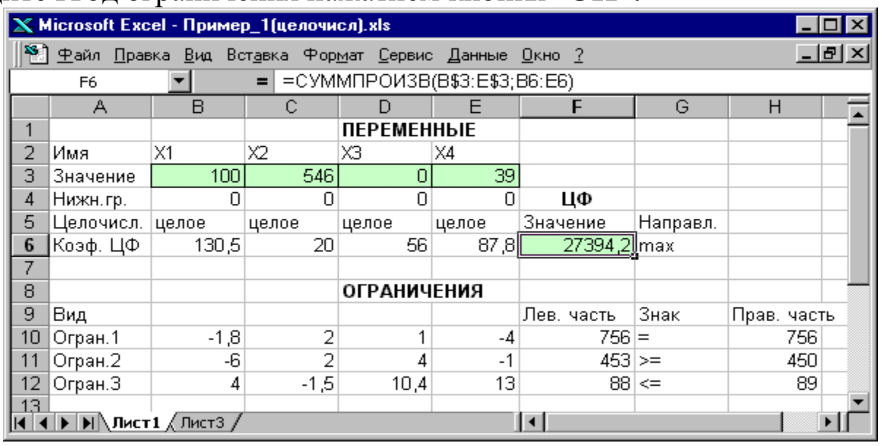
Рис.1.12. Экранная форма задачи (1.1) после получения решения

1.3.2. Целочисленное программирование

Допустим, что к условию задачи (1.1) добавилось требование целочисленности значений всех переменных. В этом случае описанный выше процесс ввода условия задачи необходимо *дополнить* следующими шагами.

- В экранной форме укажите, на какие переменные накладывается требование целочисленности (этот шаг делается для наглядности восприятия условия задачи) (рис.1.13).
- В окне **"Поиск решения"** (меню **"Сервис"**□**"Поиск решения"**), нажмите кнопку **"Добавить"** и в появившемся окне **"Добавление ограничений"** введите ограничения следующим образом (рис.1.14):

– в поле **"Ссылка на ячейку"** введите адреса ячеек переменных задачи, то есть **$B$3:$E$3**;
– в поле ввода знака ограничения установите **"целое"*;***
– подтвердите ввод ограничения нажатием кнопки "**OK".**



	A	B	C	D	E	F	G	H
1				ПЕРЕМЕННЫЕ				
2	Имя	X1	X2	X3	X4			
3	Значение	100	546	0	39			
4	Нижн.гр.	0	0	0	0	ЦФ		
5	Целочисл.	целое	целое	целое	целое	Значение	Направл.	
6	Коэф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	27394,2	max	
7								
8				ОГРАНИЧЕНИЯ				
9	Вид					Лев. часть	Знак	Прав. часть
10	Огран.1	-1,8	2	1	-4	756	=	756
11	Огран.2	-6	2	4	-1	453	>=	450
12	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	88	<=	89
13								

Рис.1.13. Решение задачи (1.1) при условии целочисленности ее переменных

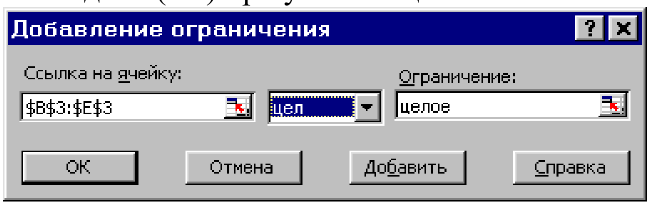


Рис.1.14. Ввод условия целочисленности переменных задачи (1.1)

На рис.1.13 представлено решение задачи (1.1), к ограничениям которой добавлено условие целочисленности значений ее переменных.

Лабораторная работа №2. (часть I) Решение двухиндексных задач ЛП средствами электронных таблиц

2.1. Цель работы Приобретение навыков построения математических моделей задач и решения их в Microsoft Excel.

2.2. Порядок выполнения работы

1. Согласно номеру своего варианта выберите условие задачи и постройте ее модель.
2. Найдите оптимальное решение задачи в Excel и продемонстрируйте его преподавателю.

Двухиндексные задачи ЛП вводятся и решаются в Excel аналогично одноиндексным задачам. Специфика ввода условия двухиндексной задачи ЛП состоит лишь в удобстве матричного задания переменных задачи и коэффициентов ЦФ.

Рассмотрим решение двухиндексной задачи, суть которой заключается в оптимальной организации транспортных перевозок штучного товара со складов в магазины (табл.1.2).

Таблица 1.2 ***Исходные данные транспортной задачи***

Тарифы, руб./шт.	1-й магазин	2-й магазин	3-й магазин	Запасы, шт.
1-й склад	2	9	7	25
2-й склад	1	0	5	50
3-й склад	5	4	100	35
4-й склад	2	3	6	75
Потребности, шт.	45	90	50	

Целевая функция и ограничения данной задачи имеют вид

$$L(X)=2x_{11}+9x_{12}+7x_{13}+x_{21}+5x_{23}+5x_{31}+4x_{32}+100x_{33}+2x_{41}+3x_{42}+6x_{43}\to\min;$$

$$\begin{cases} x_{11}+x_{12}+x_{13}=25,\\ x_{21}+x_{22}+x_{23}=50,\\ x_{31}+x_{32}+x_{33}=35,\\ x_{41}+x_{42}+x_{43}=75,\\ x_{11}+x_{21}+x_{31}=45,\\ x_{12}+x_{22}+x_{32}=90,\\ x_{13}+x_{23}+x_{33}=50,\\ \forall x_{ij}\ge 0, \forall x_{ij} - \textit{целые}\left(\mathrm{i}=\overline{1,4};\ \mathrm{j}=\overline{1,3}\right). \end{cases} \qquad (1.5)$$

Экранные формы, задание переменных, целевой функции, ограничений и граничных условий двухиндексной задачи (1.5) и ее решение представлены на рис.1.15, 1.16, 1.17 и в табл.1.3.

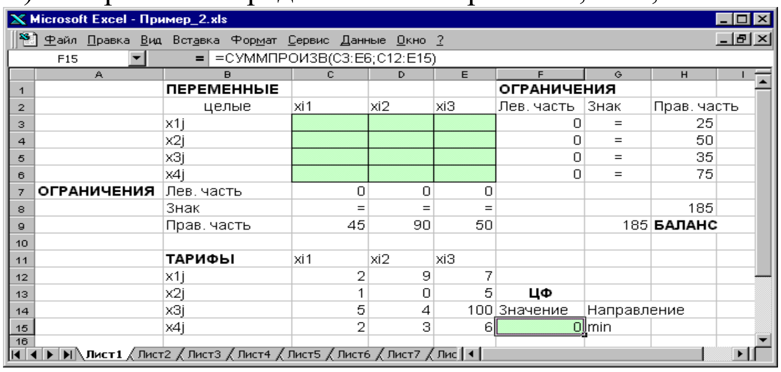


Рис.1.15. Экранная форма двухиндексной задачи (1.5) (курсор в целевой ячейке **F15**)

Таблица 1.3***Формулы экранной формы задачи (1.5)***

Объект математической модели	Выражение в Excel
Переменные задачи	**C3:E6**
Формула в целевой ячейке **F15**	**=СУММПРОИЗВ(C3:E6;C12:E15)**
Ограничения по строкам в ячейках **F3,F4,F5,F6**	**=СУММ(C3:E3)** **=СУММ(C4:E4)** **=СУММ(C5:E5)**

	=СУММ(C6:E6)
Ограничения по столбцам в ячейках **C7, D7, E7**	**=СУММ(C3:C6)** **=СУММ(D3:D6)** **=СУММ(E3:E6)**
Суммарные запасы и потребности в ячейках **H8,G9**	**=СУММ(H3:H6)** **=СУММ(C9:E9)**

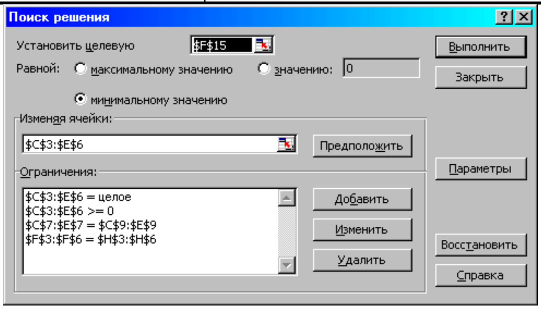


Рис.1.16. Ограничения и граничные условия задачи (1.5)

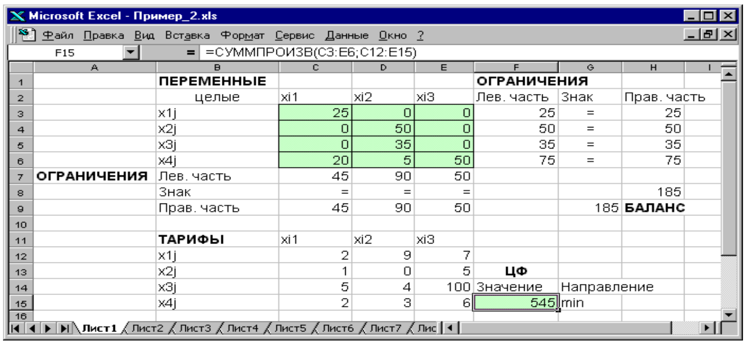


Рис.1.17. Экранная форма после получения решения задачи (1.5) (курсор в целевой ячейке F15)

1.3.4. Задачи с булевыми переменными

Частным случаем задач с целочисленными переменными являются задачи, в результате решения которых искомые переменные x_j могут принимать только одно из двух значений: 0 или 1. Такие переменные в честь предложившего их английского математика Джорджа Буля называют булевыми. На рис.1.18 представлена экранная форма с решением некоторой двухиндексной задачи с булевыми переменными.

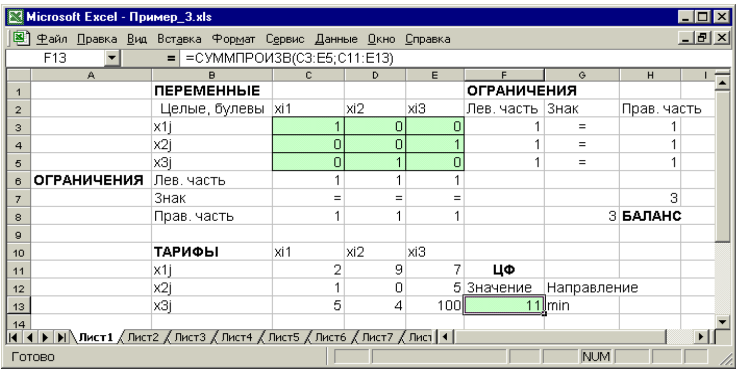


Рис.1.18. Решение двухиндексной задачи с булевыми переменными

Помимо задания требования целочисленности (см. подразд.1.3.2) при вводе условия задач с булевыми переменными необходимо:

3. для наглядности восприятия ввести в экранную форму слово "булевы" в качестве характеристики переменных (см. рис.1.18);
4. в окне **"Поиск решения"** добавить граничные условия, имеющие смысл ограничения значений переменных по их *единичной* верхней границе (рис.1.19).

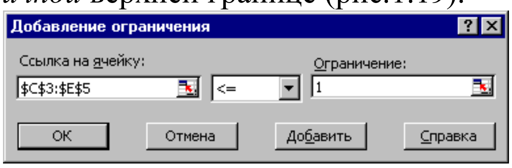


Рис.1.19. Добавление условия единичной верхней границы значений переменных двухиндексной задачи с булевыми переменными

Вид окна **"Поиск решения"** для задачи с булевыми переменными, представленной на рис.1.18, приведен на рис.1.20.

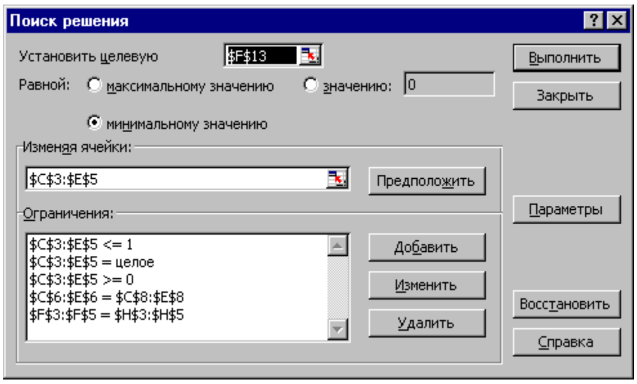


Рис.1.20. Окно **"Поиск решения"** для задачи с булевыми переменными, представленной на рис.1.18

1.3.5. Возможные ошибки при вводе условий задач ЛП

Если при решении задачи ЛП выдается сообщение о невозможности нахождения решения, то возможно, что причина заключается в ошибках ввода условия задачи в Excel. Поэтому, прежде чем делать вывод о принципиальной невозможности нахождения оптимального решения задачи, ответьте на вопросы из табл.1.4.

1.4. Варианты

Используя MS Excel, найти решение для модели ЛП, соответствующей заданному варианту (табл.1.5).

Таблица 1.5 ***Варианты задач к лабораторной работе №1***

	Математическая модель		Математическая модель
1	$L(X)=5x_1+7x_2-6x_3+9x_4+8x_5\rightarrow\max;$ $\begin{cases}0,7x_1+0,9x_2+1,5x_3+2,3x_4+1,8x_5\le 50000\\0,4x_1+1,1x_2-0,5x_3+1,3x_4-2,8x_5\ge 32000\\0,5x_1+1,8x_3+0,7x_4+2x_5\le 40000\\2,2x_1-1,4x_2-0,8x_3+0,9x_4=15000\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$	2	$L(X)=x_1+4x_3+8x_4-12x_5\rightarrow\min;$ $\begin{cases}x_1+9x_2+2x_3-4x_4=250,\\0,4x_1+x_2-5x_3+3x_4+8x_5\le 460,\\0,5x_1+10x_2-8x_3+6x_4+2x_5\le 190,\\11x_2-8,5x_3+3x_4+2x_5=210,\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right)\end{cases}$
3	$L(X)=-45x_1+65x_2+2x_4-3x_5\rightarrow\max;$ $\begin{cases}15x_1+18x_2+34x_4-22x_5=56,\\2x_1+7x_3-4x_4+3x_5\ge 91,\\0,2x_1+0,8x_2+1,5x_3+0,9x_4+4x_5\le 26,\\1,8x_1-42x_2+6,4x_3+3x_5=15,\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$	4	$L(X)=14x_1-9x_2-x_4+6,4x_5\rightarrow\min;$ $\begin{cases}0,9x_1+10x_2-28x_4+5x_5\le 245,\\0,8x_1+1,7x_2-0,2x_3-0,5x_4=9,\\6x_1+4x_3-7x_4+6,3x_5\le 54,\\8x_1+6,2x_2-4,8x_4+2,9x_5\ge 17,\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$
5	$L(X)=46x_1+2,3x_2+9,4x_3-4x_5\rightarrow\max;$ $\begin{cases}3x_1+7,8x_3+12x_4+9x_5\ge 49,\\2,3x_2+5x_3+5,6x_4-x_5\le 86,\\16x_1-40x_4+29x_5=50,\\190x_1-98x_2-4x_4+150x_5\ge 300,\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$	6	$L(X)=0,5x_1+1,8x_3-9,2x_4+14x_5\rightarrow\min;$ $\begin{cases}9,6x_2+15,7x_3+24x_4-8x_5\le 74,\\0,8x_1+11,1x_2-4,5x_3+1,5x_4-6,3x_5=22,\\14x_1+45x_2-38x_4+26x_5\le 46,\\220x_1-148x_2-7x_3+95x_5\ge 150,\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$
7	$L(X)=12x_2+89x_3-5x_5\rightarrow\max;$ $\begin{cases}2x_1+9,6x_2+15,7x_3+22x_4-8x_5\le 73,\\0,9x_1+11,1x_2-4,3x_3+1,5x_4+6,4x_5=19,\\14x_1+45x_2-38x_4+26x_5\le 49,\\220x_1-150x_2+3x_3+95x_5=133,\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$	8	$L(X)=4x_1+6x_2-14x_3+49x_5\rightarrow\min;$ $\begin{cases}21x_1+9x_2-2x_4-12x_5\ge 58,\\110x_2-60x_3+80x_4-45x_5=290,\\5x_2+27x_3-14x_4+x_5\le 72,\\87x_1-6,4x_2+130x_4=140,\\x_j\ge 0\left(j=\overline{1,5}\right).\end{cases}$

9	$L(X)=-38x_1+60x_2+x_3+4x_4+8x_5 \to \max;$ $\begin{cases} 18x_1+4x_2+2x_3-12x_5 \le 86, \\ 2x_2+19x_3-7x_4+10x_5=130, \\ 0{,}4x_1+3x_2-4{,}2x_3+2x_4-5x_5 \le 34, \\ 2{,}1x_1+13x_2-20x_3+6x_4=18, \\ x_j \ge 0\left(j=\overline{1,5}\right). \end{cases}$	10	$L(X)=10x_1+40x_3+13x_4+56x_5 \to \min;$ $\begin{cases} 7x_1+16x_3+5x_4+25x_5 \le 600, \\ 8x_1+1{,}7x_2-0{,}5x_4+4{,}7x_5=890, \\ 6x_1+4x_3-7x_4+6{,}3x_5 \le 270, \\ 84x_1+62x_2+80x_3+14x_5 \ge 2300, \\ x_j \ge 0\left(j=\overline{1,5}\right). \end{cases}$
11	$L(X)=84x_1+5{,}7x_2+10x_4-3x_5 \to \max;$ $\begin{cases} 4x_1+8{,}5x_2+16x_3+10x_5 \ge 50, \\ 10{,}4x_1+6x_3+2x_4+4x_5 \le 120, \\ 19x_1+18x_2-20x_4+30x_5=600, \\ 200x_1+45x_2-8x_3+3{,}4x_4 \ge 210, \\ x_j \ge 0\left(j=\overline{1,5}\right). \end{cases}$	12	$L(X)=0{,}84x_2-4x_3+3{,}8x_4+12x_5 \to \min;$ $\begin{cases} 15x_1+9{,}6x_2+34x_4-8x_5 \le 180, \\ 0{,}6x_1+11{,}1x_2-2{,}6x_3+1{,}5x_4-6{,}3x_5=68, \\ 14x_1+64x_3-38x_4+12x_5 \le 81, \\ 190x_1-148x_2-7x_3+84x_5 \ge 230, \\ x_j \ge 0\left(j=\overline{1,5}\right). \end{cases}$

.5. Примерные вопросы на защите работы

1. Каковы основные этапы решения задач ЛП в MS Excel?
2. Каков вид и способы задания формул для целевой ячейки и ячеек левых частей ограничений?
3. В чем смысл использования символа **$** в формулах MS Excel?
4. В чем различие использования в формулах MS Excel символов **;** и **:**?
5. Почему при вводе формул в ячейки ЦФ и левых частей ограничений в них отображаются нулевые значения?
6. Каким образом в MS Excel задается направление оптимизации ЦФ?
7. Какие ячейки экранной формы выполняют иллюстративную функцию, а какие необходимы для решения задачи?
8. Как наглядно отобразить в экранной форме ячейки, используемые в конкретной формуле, с целью проверки ее правильности?
9. Поясните общий порядок работы с окном **"Поиск решения".**
10. Каким образом можно изменять, добавлять, удалять ограничения в окне **"Поиск решения"**?
11. Какие сообщения выдаются в MS Excel в случаях: успешного решения задачи ЛП; несовместности системы ограничений задачи; неограниченности ЦФ?
12. Объясните смысл параметров, задаваемых в окне **"Параметры поиска решения"**.
13. Каковы особенности решения в MS Excel целочисленных задач ЛП?
14. Каковы особенности решения в MS Excel двухиндексных задач ЛП?
15. Каковы особенности решения в MS Excel задач ЛП с булевыми переменными?

Список вопросов, позволяющих выявить ошибки ввода условия задачи в Excel

1. Правильно ли Вы ввели численные значения и знаки (+, —) коэффициентов целевой функции и ограничений, правых частей ограничений ?
2. Сбалансирована ли двухиндексная задача?
3. Правильны ли формулы в целевой ячейке и в ячейках левых частей ограничений? Для наглядности проверки поставьте курсор на ячейку с формулой и сделайте двойной щелчок левой клавишей мыши. Рамкой в экранной форме будут выделены ячейки, участвующие в данной формуле (см. рис.1.4, 1.5).
4. Правильно ли указан адрес целевой ячейки?
5. Правильно ли указано направление оптимизации ЦФ?
6. Правильно ли указаны адреса ячеек переменных?
7. Правильно ли введены знаки ограничений (<=, >=, =) ?
8. Правильно ли указаны адреса ячеек левых и правых частей ограничений?
9. Не забыли ли Вы задать требование неотрицательности переменных?
10. Не забыли ли Вы задать требования по единичному значению верхней границы переменных (для задач с булевыми переменными)
11. Не забыли ли Вы задать условие целочисленности переменных (согласно условию задачи)?
12. Проверьте правильность установки параметров (см. подразд.1.3.1.2)

Лабораторная работа №2 (часть II) “Анализ чувствительности задач линейного программирования”

<u>Цель работы</u> Приобретение навыков анализа чувствительности задач ЛП на основе различных типов отчетов, выдаваемых Microsoft Excel, о результат поиска решения.

3.2. Порядок выполнения работы

- Для задачи, решенной в лабораторной работе №2 (часть I) , получите в Excel все типы отчетов по результатам поиска решения, необходимые для анализа чувствительности.
- Проанализируйте задачу на чувствительность к изменениям параметров исходной модели.
- Результаты анализа задачи на чувствительность внесите в общий отчет по лабораторной работе №2.

3.3. Анализ оптимального решения на чувствительность в Excel

Проведем анализ чувствительности задачи о мебельном комбинате из лабораторной работы №2 (часть I) для Варианта 0. Для этого необходимо после запуска в Excel задачи на решение в окне **"Результаты поиска решения"** выделить с помощью мыши два типа отчетов: **"Результаты"** и **"Устойчивость"** (рис.3.1).

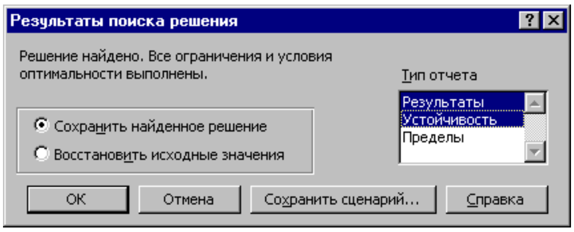


Рис.3.1. Выделение типов отчетов требуемых для анализа чувствительности

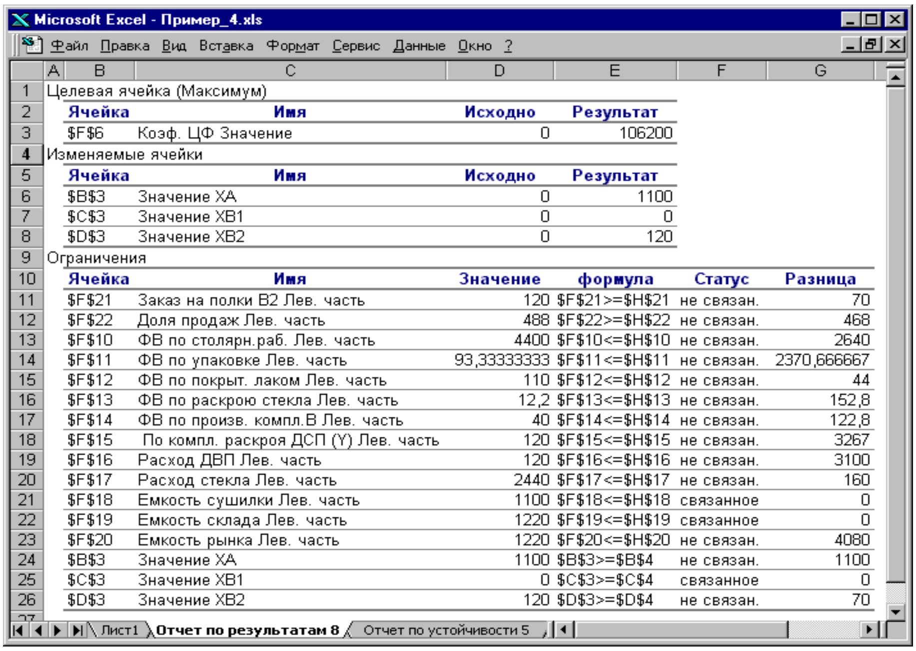
3.3.1. Отчет по результатам

Отчет по результатам состоит из трех таблиц (рис.3.1):

1) таблица 1 содержит информацию о ЦФ;

2) таблица 2 содержит информацию о значениях переменных, полученных в результате решения задачи;

3) таблица 3 показывает результаты оптимального решения для ограничений и для граничных условий.



Microsoft Excel - Пример_4.xls

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно ?

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
$F$6	Коэф. ЦФ Значение	0	106200

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
$B$3	Значение XA	0	1100
$C$3	Значение XB1	0	0
$D$3	Значение XB2	0	120

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	формула	Статус	Разница
$F$21	Заказ на полки B2 Лев. часть	120	$F$21>=$H$21	не связан.	70
$F$22	Доля продаж Лев. часть	488	$F$22>=$H$22	не связан.	468
$F$10	ФВ по столярн.раб. Лев. часть	4400	$F$10<=$H$10	не связан.	2640
$F$11	ФВ по упаковке Лев. часть	93,33333333	$F$11<=$H$11	не связан.	2370,666667
$F$12	ФВ по покрыт. лаком Лев. часть	110	$F$12<=$H$12	не связан.	44
$F$13	ФВ по раскрою стекла Лев. часть	12,2	$F$13<=$H$13	не связан.	152,8
$F$14	ФВ по произв. компл.В Лев. часть	40	$F$14<=$H$14	не связан.	122,8
$F$15	По компл. раскроя ДСП (Y) Лев. часть	120	$F$15<=$H$15	не связан.	3267
$F$16	Расход ДВП Лев. часть	120	$F$16<=$H$16	не связан.	3100
$F$17	Расход стекла Лев. часть	2440	$F$17<=$H$17	не связан.	160
$F$18	Емкость сушилки Лев. часть	1100	$F$18<=$H$18	связанное	0
$F$19	Емкость склада Лев. часть	1220	$F$19<=$H$19	связанное	0
$F$20	Емкость рынка Лев. часть	1220	$F$20<=$H$20	не связан.	4080
$B$3	Значение XA	1100	$B$3>=$B$4	не связан.	1100
$C$3	Значение XB1	0	$C$3>=$C$4	связанное	0
$D$3	Значение XB2	120	$D$3>=$D$4	не связан.	70

Лист1 | Отчет по результатам 8 | Отчет по устойчивости 5

Рис.3.2. Лист отчета по результатам

Если ресурс используется полностью (то есть ресурс дефицитный), то в графе **"Статус" ("Состояние")** соответствующее ограничение указывается как **"связанное"**; при неполном использовании ресурса (то есть ресурс недефицитный) в этой графе указывается **"не связан"**. В графе **"Значение"** приведены величины использованного ресурса.

Для граничных условий (строки 24, 25, 26 на рис. 3.2) в графе **"Разница"** показана разность между значением переменной в найденном оптимальном решении и заданным для нее граничным условием.

Таблица 3 отчета по результатам дает информацию для анализа возможного изменения запасов *недефицитных* ресурсов при сохранении полученного оптимального значения ЦФ. Так, если на ресурс наложено ограничение типа $\geq$, то в графе **"Разница"** дается количество ресурса, на которое была превышена минимально необходимая норма. Например, анализ строки 26 (см. рис. 3.2) отчета по результатам для задачи о мебельном комбинате показывает, что полок выпущено на 70 шт. больше, чем было заказано. То есть из 120 полок только 70 шт. пойдут в свободную продажу. Таким образом, можно дать следующий ответ на вопрос об изменении запаса недефицитного ресурса “Значение ХВ2”: *обязательный заказ на производство полок B_2 можно* ***увеличить на 70 шт****., то есть заказывать до 120 шт., и при этом оптимальное решение (2.20) задачи не изменится.*

Если на ресурс наложено ограничение типа $\leq$, то в графе **"Разница"** дается количество ресурса, которое не используется при реализации оптимального решения. Так, анализ строки 13 (см. рис. 3.2) отчета по результатам для задачи о мебельном комбинате показывает, что время столярных работ составило 4440 ч. Неизрасходованным остается 2640 ч из общего фонда времени, отведенного на столярные работы. Из этого следует, что *запас недефицитного ресурса “Фонд времени по столярным работам” можно* ***уменьшить на 2640 ч*** *и это никак не повлияет на оптимальное решение (2.20)*. Отсюда следует, что количество столяров можно уменьшить на 15 человек

$$\frac{2640 \text{ ч/мес.}}{8 \text{ ч}/(\text{чел.}\cdot\text{см.})\cdot 1 \text{ см./дн.}\cdot 22 \text{ дн./мес.}} = 15 \text{ чел.}$$

или перевести их на выпуск другой продукции.

Анализ строки 23 показывает, что общее количество выпускаемых полок составляет 1220 шт., что меньше предполагаемой емкости рынка на 4080 шт. *То есть запас недефицитного ресурса “Емкость рынка” может быть* ***уменьшен до 1220 полок*** *и это никак не повлияет на оптимальное решение (2.20)*. Другими словами, уменьшение спроса до 1220 полок в месяц никак не скажется на оптимальных объемах выпуска полок.

На основании проведенного анализа можно сделать вывод о том, что существуют причины (ограничения), не позволяющие мебельному комбинату выпускать большее количество полок и получать большую прибыль. Проанализировать эти причины позволяет отчет по устойчивости.

3.3.2. Отчет по устойчивости

Отчет по устойчивости состоит из двух таблиц (рис.3.3).

Таблица 1 содержит информацию, относящуюся к переменным.

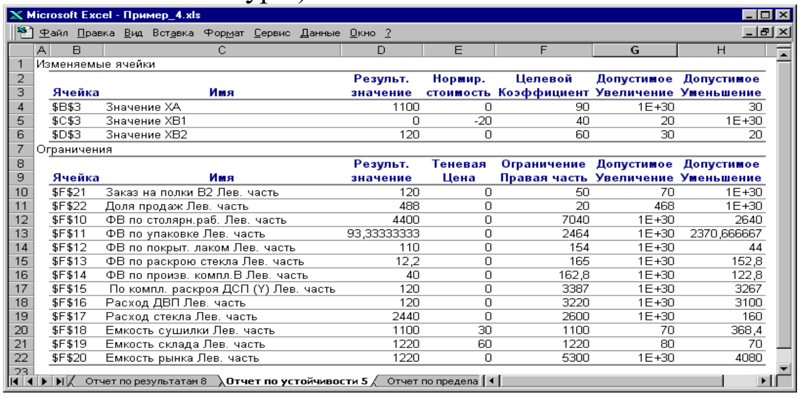
1. Результат решения задачи.

2. Нормированная стоимость, которая показывает, на сколько изменится значение ЦФ в случае принудительного включения единицы этой продукции в оптимальное решение. Например, в отчете по устойчивости для рассматриваемой задачи (см. рис.3.3) нормированная стоимость для полок B_1 равна –20 руб./шт. (строка 5). Это означает, что если мы, несмотря на оптимальное решение (2.20), потребуем включить в план выпуска 1 полку B_1, то новый план выпуска ($x_A = 1100$; $x_{B_1} = 1$; $x_{B_2} = 119$) принесет нам прибыль 106 180 руб./мес., что на 20 руб. меньше, чем в прежнем оптимальном решении.

3. Коэффициенты ЦФ.

4. Предельные значения приращения целевых коэффициентов Δc_j, при которых сохраняется первоначальное оптимальное решение. Например, *допустимое увеличение цены на полки B_1 равно 20 руб./шт., а допустимое уменьшение – практически не ограничено* (строка 5 на рис.3.7). Это означает, что если цена на полки B_1 возрастет более чем на 20 руб./шт., например станет равной 61 руб./шт., то оптимальное решение изменится: станет целесообразным выпуск B_1 в количестве 70 шт. А если их цена будет снижаться вплоть до нуля, то оптимальное решение (2.20) останется прежним.

Примечание 3.1. При выходе за указанные в отчете по устойчивости пределы изменения цен оптимальное решение может меняться как по номенклатуре выпускаемой продукции, так и по объемам выпуска (без изменения номенклатуры).



Microsoft Excel - Пример_4.xls

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$B$3	Значение XA	1100	0	90	1E+30	30
$C$3	Значение XB1	0	-20	40	20	1E+30
$D$3	Значение XB2	120	0	60	30	20

Ограничения

Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$F$21	Заказ на полки B2 Лев. часть	120	0	50	70	1E+30
$F$22	Доля продаж Лев. часть	488	0	20	468	1E+30
$F$10	ФВ по столярн.раб. Лев. часть	4400	0	7040	1E+30	2640
$F$11	ФВ по упаковке Лев. часть	93,33333333	0	2464	1E+30	2370,666667
$F$12	ФВ по покрыт. лаком Лев. часть	110	0	154	1E+30	44
$F$13	ФВ по раскрою стекла Лев. часть	12,2	0	165	1E+30	152,8
$F$14	ФВ по произв. компл.В Лев. часть	40	0	162,8	1E+30	122,8
$F$15	По компл. раскроя ДСП (Y) Лев. часть	120	0	3387	1E+30	3267
$F$16	Расход ДВП Лев. часть	120	0	3220	1E+30	3100
$F$17	Расход стекла Лев. часть	2440	0	2600	1E+30	160
$F$18	Емкость сушилки Лев. часть	1100	30	1100	70	368,4
$F$19	Емкость склада Лев. часть	1220	60	1220	80	70
$F$20	Емкость рынка Лев. часть	1220	0	5300	1E+30	4080

Отчет по результатам 8 | Отчет по устойчивости 5 | Отчет по предела

Рис.3.3. Отчет по устойчивости для задачи о мебельном комбинате

Таблица 2 (см. рис.3.3) содержит информацию, относящуюся к ограничениям.

1. Величина использованных ресурсов в колонке **"Результ. значение"**.

2. Предельные значения приращения ресурсов Δb_i. В графе **"Допустимое Уменьшение"** показывают, на сколько можно уменьшить (устранить излишек) или увеличить (повысить минимально необходимое требование) ресурс, сохранив при этом оптимальное решение. Рассмотрим анализ *дефицитных* ресурсов, так как анализ *недефицитных* ресурсов был дан в подразд.3.3.1. Анализируя отчет по результатам, мы установили, что существуют причины (ограничения), не позволяющие мебельному комбинату выпускать большее, чем в оптимальном решении, количество полок и получать более высокую прибыль. В рассматриваемой задаче (вариант 0) такими ограничениями *являются дефицитные* ресурсы “Емкость сушилки” и “Емкость склада готовой продукции”. Поскольку знак ограничений этих запасов имеет вид $\leq$, то возникает вопрос, на сколько максимально должна возрасти емкость этих помещений, чтобы обеспечить увеличение выпуска продукции. Ответ на этот вопрос показан в графе **"Допустимое Увеличение"**. Емкость сушилки имеет смысл увеличить самое большее на 70 полок, а емкость склада готовой продукции – на 80 полок. Это приведет к новым оптимальным решениям, увеличивающим прибыль по сравнению с $L(X)=106\,200$ руб./мес.,. Дальнейшее увеличение емкостей сушилки и склада сверх указанных пределов не будет больше улучшать решение, т.к. уже другие ресурсы станут связывающими.

3. Ценность дополнительной единицы i-го ресурса (теневая цена) рассчитывается только для *дефицитных* ресурсов. После того как мы установили, что увеличение емкостей сушилки и склада приведет к новым планам выпуска, обеспечивающим более высокую прибыль, возникает следующий вопрос. Что выгоднее в первую очередь расширять: сушилку или склад? Ответ на этот вопрос дает графа **"Теневая цена"**. Для емкости сушилки она равна 30 руб./шт., а для склада – 60 руб./шт. (см. рис.3.3), то есть каждая полка, которую дополнительно можно будет поместить в сушилку, увеличит прибыль на 30 руб., а каждая полка, которую дополнительно можно будет поместить на склад, увеличит прибыль на 60 руб. Отсюда вывод: *в первую очередь выгодно увеличивать емкость склада готовой продукции.*

3.4. Примерные вопросы на защите работы

1.Что такое связывающие, несвязывающие, избыточные ограничения; дефицитные и недефицитные ресурсы?

2. Каковы предпосылки и основные задачи анализа оптимального решения на чувствительность?

3. Как графически проводится анализ изменения запаса дефицитных ресурсов?

4*. Каким образом, опираясь на результаты графического анализа, можно численно рассчитать новый (улучшенный) запас дефицитного ресурса?

5. Как графически проводится анализ изменения запаса недефицитных ресурсов?

6*. Каким образом, опираясь на результаты графического анализа, можно численно рассчитать новый запас недефицитного ресурса?

7. Что такое ценность дополнительной единицы i-го ресурса?

8. Как проводится графический анализ изменения коэффициентов ЦФ?

9*.Как численно определить диапазон изменения коэффициентов ЦФ, не изменяющий оптимального решения?

10. Какую информацию о чувствительности оптимального решения задачи ЛП можно получить из отчета по результатам и отчета по устойчивости?

Лабораторная работа №3 “Задачи линейного программирования. Стандартная транспортная задача”

Цель работы Приобретение навыков построения математических моделей стандартных транспортных задач ЛП и решения их в Microsoft Excel.

Порядок выполнения работы

1. Согласно номеру своего варианта выберите условие задачи.
2. Постройте модель задачи, включая транспортную таблицу.
3. Найдите оптимальное решение задачи в Excel и продемонстрируйте его преподавателю.
4. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист (см. рис.2.1);
- транспортную таблицу и модель задачи с указанием всех единиц измерения;
- результаты решения задачи с указанием единиц измерения.

Варианты

Постановка задачи

На складах хранится мука, которую необходимо завезти в хлебопекарни. Номера складов и номера хлебопекарен выбираются в соответствии с вариантами табл.4.4. Текущие тарифы перевозки муки [руб./т], ежемесячные запасы муки [т/мес.] на складах и потребности хлебопекарен в муке [т/мес.] указаны в табл.4.5.

При этом необходимо учитывать, что из-за ремонтных работ временно нет возможности перевозить муку с некоторых складов в некоторые хлебопекарни. В табл.4.4 это показано в графе "Запрет перевозки" в формате № склада х № хлебопекарни. Например, «2х3» обозначает, что нельзя перевозить муку со склада №2 в хлебопекарню №3.

Кроме того, необходимо учесть, что некоторые хлебопекарни имеют договоры на гарантированную поставку муки с определенных складов. В табл.4.4 это показано в графе "Гарантированная поставка" в формате № склада х № хлебопекарни = объем поставки. Например, «1х4=40» обозначает, что между складом №1 и магазином №4 заключен договор на обязательную поставку 40 т муки.

Необходимо организовать поставки наилучшим образом, учитывая, что мука хранится и транспортируется в мешках весом по 50 кг.

Таблица 3.1 ***Номера складов, хлебопекарен, запрещенные и гарантированные поставки***

№ Варианта	№ Складов	№ Хлебопекарен	Запрет перевозки	Гарантированная
1	1, 2, 3	1, 2, 3, 4	2х2, 3х4	3х3=50
2	2, 3, 4, 5	1, 2, 5	2х2, 3х5	3х2=40
3	1, 2, 4	1, 2, 3, 5	1х5, 2х3	4х3=45
4	1, 2, 3, 4	3, 4, 5	3х3, 4х5	3х5=40
5	1, 2, 5	2, 3, 4, 5	1х4, 5х3	1х5=60
6	1, 2, 3, 5	2, 3, 5	5х5, 2х2	3х5=30
7	2, 3, 4	2, 3, 4, 5	3х3, 2х5	4х3=45
8	1, 2, 3, 5	1, 2, 4	1х2, 5х4	3х2=20
9	2, 3, 5	1, 2, 3, 5	5х1, 3х5	5х2=30
10	2, 3, 4, 5	2, 3, 4	5х4, 3х2	4х3=35
11	3, 4, 5	1, 2, 3, 4	3х4, 5х1	4х1=40
12	1, 2, 3, 4	1, 2, 3	3х2, 4х1	2х2=50

Таблица 3.2 ***Запасы, потребности и тарифы перевозок***

Склады	Хлебопекарни					
	1	2	3	4	5	Запас, т/мес.
1	400	600	800	200	200	80
2	300	100	500	600	500	70
3	500	200	100	600	300	60
4	300	700	200	400	900	55
5	200	500	800	200	400	65
Спрос, т/мес.	77,86	56,78	58,88	62,44	73,92	

4.4. Примерные вопросы на защите работы

1. Что такое задача о размещении?
2. Какова постановка стандартной ТЗ?
3. Запишите математическую модель ТЗ.
4. Перечислите исходные и искомые параметры модели ТЗ.
5. Какова суть каждого из этапов построения модели ТЗ?
6. Раскройте понятие сбалансированности ТЗ.
7. Что такое фиктивные и запрещающие тарифы?
8. В каком соотношении должны находиться величины фиктивных и запрещающих тарифов при необходимости их одновременного использования в транспортной модели?
9. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист (рис.2.1);
- исходные данные варианта;
- построенную модель задачи с указанием всех единиц измерения;
- результаты решения задачи.

ГАОУ СПО Стерлитамакский колледж строительства, экономики и права

Отчет по лабораторной работе №3
”Решение задач линейного программирования
с использованием Microsoft Excel”

Выполнил: *Ф.И.О.*
Проверил: *Ф.И.О.*

Стерлитамак, 2013

Рис.2.1. Пример оформления титульного листа отчета по лабораторной работе

Лабораторная работа №4 “Задачи линейного программирования. Задача о назначениях”

Цель работы Приобретение навыков построения математических моделей задач о назначении и решения этих задач в Microsoft Excel.

Порядок выполнения работы

1. Согласно номеру своего варианта выберите условие задачи.
2. Постройте модель задачи, включая транспортную таблицу.
3. Найдите оптимальное решение задачи с помощью Excel и представьте его преподавателю.
4. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист (см. рис.2.1);
- компьютерную модель задачи и модель задачи с указанием всех единиц измерения;

результат решения задачи с указанием единиц измерения.

Постановка задачи о назначениях

Отдел кадров предприятия устроил конкурсный набор специалистов на две вакантные должности. На эти новые места (НМ) претендуют 3 прежних сотрудника (ПС), уже работающие в других отделах, и 4 новых сотрудника (НС). Номера новых сотрудников, новых и прежних мест выбираются по вариантам из табл.5.1. Номера прежних мест являются номерами прежних сотрудников.

Отдел кадров оценил по десятибалльной шкале компетентность новых сотрудников (табл.5.2) и прежних сотрудников (табл.5.3) для работы и на новых местах, и на прежних местах (ПМ), то есть занимаемых прежними сотрудниками. Необходимо учесть, что руководство предприятия, во-первых, предпочитает, чтобы прежние сотрудники не претендовали на места друг друга, и, во-вторых, не намерено увольнять прежних сотрудников.

Необходимо распределить сотрудников по должностям наилучшим образом.

Рекомендации к решению задач о назначениях

1. Процесс приведения задачи о назначениях к сбалансированному виду имеет свои особенности по сравнению с ТЗ. Если условие сбалансированности задачи не выполняется из-за нехватки работ или исполнителей в количестве k_{ab}, то для создания баланса надо ввести такое же количество k_{ab} фиктивных строк или столбцов.

2. Особенностью решения данной задачи является моделирование системы предпочтений, сложившейся у руководства предприятия по описанному в условии задачи кадровому вопросу.

3. В задаче о назначениях увольнение прежнего сотрудника или непринятие на работу нового сотрудника моделируется попаданием единицы в фиктивный столбец матрицы решений задачи, поэтому для запрещения или разрешения таких ситуации необходимо использовать соответствующие "тарифы".

4. Значения "тарифов" $c_{ij}^{з}$ выбираются в зависимости от направления оптимизации ЦФ задачи о назначениях ($L(X) \to \max$ или $L(X) \to \min$). При этом руководствуются принципом "невыгодности" запрещенных назначений. Так, если $L(X)$ – это общая компетентность работников, то в качестве запрещающих надо выбирать нулевые компетентности $c_{ij}^{з}$. А если $L(X)$ – это общее время прохождения машинами транспортных маршрутов, то в качестве запрещающих надо выбирать значения $c_{ij}^{з}$, превосходящие по величине максимальные реальные значения c_{ij}.

5. При решении задач о назначении в Excel необходимо учитывать, что переменные x_{ij} являются булевыми.

Варианты

Таблица 5.1

Номера сотрудников и мест их работы для конкретного варианта

№ варианта	Новые сотрудники (НС)	Места работы прежних сотрудников (ПМ)	Новые места (НМ)
1	3, 4, 7, 8	1, 2, 3	1, 2
2	1, 2, 5, 6	2, 5, 6	2, 3
3	5, 6, 7, 8	1, 2, 5	3, 4
4	3, 4, 5, 6	4, 5, 6	1, 4
5	1, 2, 3, 4	2, 3, 4	2, 4
6	2, 4, 6, 8	3, 4, 6	1, 3
7	1, 3, 5, 7	2, 3, 6	1, 4
8	2, 3, 6, 7	3, 4, 5	2, 3
9	1, 4, 5, 8	2, 3, 5	3, 4
10	2, 3, 4, 5	1, 2, 6	1, 2
11	4, 5, 6, 7	1, 3, 5	2, 4
12	1, 2, 7, 8	2, 4, 6	1, 3

Таблица 5.2

Компетентность новых сотрудников

	НМ1	НМ2	НМ3	НМ4	ПМ1	ПМ2	ПМ3	ПМ4	ПМ5	ПМ6
НС1	6	5	7	6	5	6	7	6	7	5
НС2	5	5	8	8	7	6	4	5	8	8
НС3	6	7	5	6	4	5	4	5	6	6
НС4	7	8	7	6	5	7	6	8	5	5
НС5	7	6	6	5	5	4	5	5	4	6
НС6	8	8	9	7	6	7	8	7	9	8
НС7	9	8	9	9	8	7	8	9	8	7
НС8	7	7	8	9	7	8	9	6	7	8

Таблица 5.3

Компетентность прежних сотрудников

	НМ1	НМ2	НМ3	НМ4	Занимаемое место
ПС1	7	6	6	7	7
ПС2	8	9	7	7	8
ПС3	6	5	6	6	6
ПС4	7	9	6	8	8
ПС5	8	7	8	8	7
ПС6	4	5	6	4	5

5.6. Примерные вопросы на защите работы

1. Какова постановка задачи о назначениях?
2. В чем отличие модели задачи о назначениях от модели ТЗ?
3. Каковы исходные и искомые параметры задачи о назначениях?
4. Запишите математическую модель задачи о назначениях.
5. Как записать модель задачи о назначениях, подразумевающую максимизацию ЦФ, в виде (5.1)?
6. Каким образом в модели задачи о назначениях можно запретить конкретное назначение?
7. В чем особенности процесса приведения задачи о назначениях к сбалансированному виду?
8. Поясните модель задачи о назначениях, построенную по заданному варианту.

Лабораторная работа № 5 (часть 1) Модель неограниченного роста

Цель работы: Используя компьютерную модель неограниченного роста исследовать прирост массы живых организмов с течением времени.

Предположения:

- прирост массы живых организмов за единицу времени пропорционален уже их имеющейся массе;
- регулятором прироста выступает окружающая среда;
- коэффициент размножения постоянен

Параметры модели:

- начальная масса живых организмов *M(0) = 1 т;*
- коэффициент размножения *k:*

Природная зона	Тундра	Тайга	Степь	Пустыня
Коэффициент *k*	0,6	1,8	1,2	0,8

- время *n*.

Связь между параметрами модели задается соотношением:

$$M(n+1) = (1 + k)\ M(n)$$

Задача:

1) Определить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит 100 т;
2) Определить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит 1000 т, 10000 т (т.е. произойдет ее "удесятерение") ;
3) Построить график зависимости массы растений от числа прошедших лет (для каждой природной зоны);
4) Определить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит массу Земли (5 976 000 000 000 000 000 000 т).

Ход работы:

1. Загрузите электронную таблицу Excel и занесите в таблицу 2 исходные данные (они выделены цветом) и формулы.

	A	B	C	D	E	F
1	Природная зона	Год	Тундра	Тайга	Степь	Пустыня
2	Коэффициент размножения *k*		0,6	1,8	1,2	0,8
3	Начальная масса *M(0)*	0	1	1	1	1
4	*Масса через 1 год*	B3+1	C3*(1+C2)	D3*(1+D2)		
5	*Масса через 2 года*	B4+1	C4*(1+C2)	D4*(1+D2)		
6						

2. Измените формулы в блоке ячеек C4:D5 с учетом того, что номер строки в адресах некоторых ячеек должен быть абсолютным (неизменным при копировании в последующие строки).
3. Занесите формулы в ячейки E4 и F4.

Подготовленную таблицу в режиме отображения формул приложите к отчету.

4. Последовательно скопируйте блок ячеек B4:F4 в последующие строки. Копирование прекратить, как только во всех четырех столбцах C, D, E и F возникнут числа, большие 100.

Для каждой природной зоны определите, через сколько лет масса растений превысит 100 т. Результаты запишите в отчет.

5. С помощью электронной таблицы вычислить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит 1000 т и 10000 т.

Результаты запишите в отчет. Для каждой природной зоны сделайте вывод о времени, необходимом для увеличения массы растений в 10 раз.

6. С помощью электронной таблицы вычислить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит массу Земли, равную 5 976 000 000 000 000 000 000 т.

Результаты запишите в отчет. Для каждой природной зоны сделайте вывод о времени, когда масса растений превысит массу Земли.

7. С помощью электронной таблицы для каждой природной зоны построить график зависимости массы растений от числа прошедших лет.

Таблицу в режиме отображения значений и графики приложите к отчету.

Лабораторная работа № 5(часть 2) Модель ограниченного роста

<u>Цель работы:</u> Используя компьютерную модель ограниченного роста исследовать прирост массы живых организмов с течением времени.

<u>Предположения:</u>

- прирост массы живых организмов за единицу времени пропорционален уже их имеющейся массе;
- существует некоторое предельное значение массы живых организмов;
- коэффициент прироста массы живых организмов за единицу времени пропорционален разности между максимально возможным значением массы и массой, имеющейся к данному моменту времени.

<u>Параметры модели:</u>

- начальная масса живых организмов *M(0) = 1 т;*
- предельное значение массы живых организмов *L = 11000 т.*
- коэффициент пропорциональности *a* в формуле для коэффициента прироста;
- время *n.*

Связь между параметрами модели задается соотношением:

$M(n+1) = M(n) + a\,M(n)\,(L - M(n))$

$k(n) = a\,(L - M(n))$

$a = k(n) / (L - M(n))$, т.е. при $n=0 \Rightarrow a = k(0) / (L - M(0))$

Природная зона	Тундра	Тайга	Степь	Пустыня
Коэффициент *k*	0,6	1,8	1,2	0,8

<u>Задача:</u>

1) Определить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит 100 т;
2) Определить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит 1000 т; 10 000 т (т.е. произойдет ее "удесятерение")
3) Построить график зависимости массы растений от числа прошедших лет (для каждой природной зоны);

<u>Ход работы:</u>

1. Загрузите электронную таблицу Excel и занесите в таблицу исходные данные (они выделены цветом) и формулы:

	A	B	C	D	E	F
1	Природная зона	Год	Тундра	Тайга	Степь	Пустыня
2	Коэффициент размножения *k*		0,6	1,8	1,2	0,8
3	Предельное значение массы *L*		11000	11000	11000	11000
4	Коэффициент *a*					
5	Начальная масса *M(0)*	0	1	1	1	1
6	*Масса через 1 год*	B5+1	C5+C4*C5*(C3-C5)	D5+D4*D5*(D3-D5)		
	Масса через 2 года	B6+1				

2. Измените формулы в блоке ячеек C4:D5 с учетом того, что номер строки в адресах некоторых ячеек должен быть абсолютным (неизменным при копировании в последующие строки).
   Подготовленную таблицу в режиме отображения формул приложите к отчету.
3. Последовательно скопируйте блок ячеек B4:F4 в последующие строки. Копирование прекратить, как только во всех четырех столбцах C, D, E и F возникнут числа, большие 100.
   Результаты занесите в отчет. Сравните с результатами предыдущей практической работы и сделайте выводы.
4. С помощью электронной таблицы вычислить, через сколько лет масса растений в различных природных зонах превысит 1000 т и 10000.
   Результаты занесите в отчет. Сравните с результатами предыдущей практической работы и сделайте выводы.
5. С помощью электронной таблицы для каждой природной зоны построить график зависимости массы растений от числа прошедших лет.

Таблицу в режиме отображения значений и графики приложите к отчету.

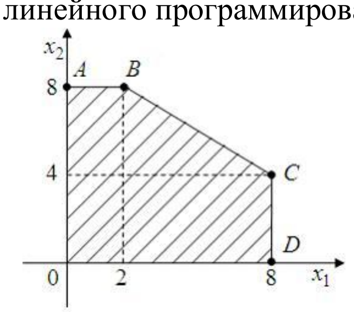
РАЗДЕЛ 5 КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

5.1 Текущий контроль по темам.

5.1.1 *Текущий контроль по теме*: «Линейное программирование: графическое задание области допустимых решений»

ЗАДАНИЕ N 1

Область допустимых решений OABCD задачи линейного программирования имеет вид:

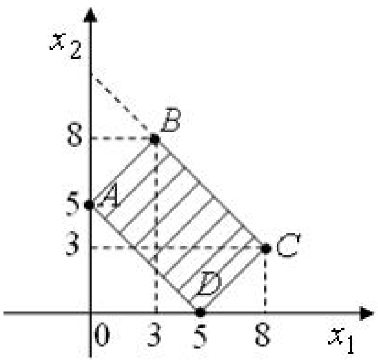


Тогда максимальное значение функции $F(x) = 3x_1 - 2x_2$ достигается в точке …

- D
- B
- A
- C

ЗАДАНИЕ N 2

Область допустимых решений ABCD задачи линейного программирования имеет вид:

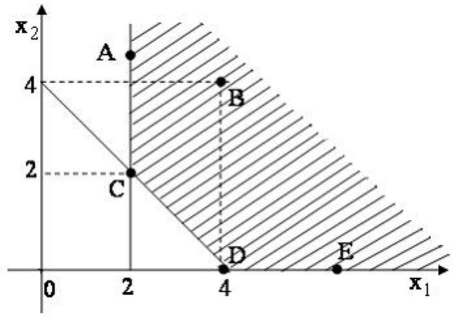


Тогда функция $F(x) = -x_1 + x_2$ достигает максимального значения …

- на отрезке AB
- на отрезке CD
- в точке D
- только в точке B

ЗАДАНИЕ N 3

Область допустимых решений ABCDE задачи линейного программирования имеет вид:

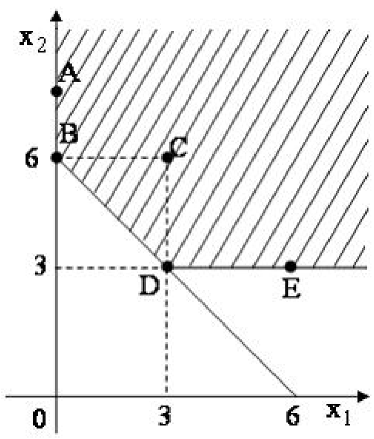


Тогда максимальное значение функции $F(x) = -x_1 - 2x_2$ достигается в точке …

- D
- C
- B
- точки максимума не существует

ЗАДАНИЕ N 4

Область допустимых решений ABCDE задачи линейного программирования имеет вид:



Тогда минимальное значение функции $F(x) = 3x_1 + x_2$ достигается в точке …

- B
- O
- C
- D

5.1.2. Текущий контроль по теме: Транспортная задача

1 вар Транспортная задача, заданная распределительной таблицей, имеет вид

	10	12	7
5	^{4}	^{3}	^{2}
14	^{5}	^{2}	^{3}
10	^{1}	^{4}	^{6}

Тогда первоначальное распределение поставок, осуществленное по методу «северо-западного угла» будет иметь вид …

○

	10	12	7
5	^{4} 5	^{3}	^{2}
14	^{5} 5	^{2} 9	^{3}
10	^{1}	^{4} 3	^{6} 7

○

	10	12	7
5	^{4}	^{3}	^{2} 5
14	^{5}	^{2} 12	^{3} 2
10	^{1} 10	^{4}	^{6}

○

	10	12	7
5	^{4} 5	^{3}	^{2}
14	^{5}	^{2} 10	^{3} 4
10	^{1} 5	^{4} 2	^{6} 3

○

	10	12	7
5	^{4}	^{3}	^{2} 5
14	^{5}	^{2} 9	^{3} 2
10	^{1} 10	^{4} 3	^{6}

2 вар. Транспортная задача, заданная распределительной таблицей, имеет вид

	10	12	7
5	^{4}	^{3}	^{2}
14	^{1}	^{3}	^{4}
10	^{5}	^{4}	^{6}

Тогда первоначальное распределение поставок, осуществленное по методу «учета наименьших затрат» будет иметь вид …

○

	10	12	7
5	^{4}	^{3}	^{2} 5
14	^{1} 10	^{3} 4	^{4}
10	^{5}	^{4} 8	^{6} 2

○

	10	12	7
5	^{4}	^{3}	^{2} 5
14	^{1}	^{3} 12	^{4} 2
10	^{5} 10	^{4}	^{6}

○

	10	12	7
5	^{4} 5	^{3}	^{2}
14	^{1} 5	^{3} 9	^{4}
10	^{5}	^{4} 3	^{6} 7

○

	10	12	7
5	^{4}	^{3}	^{2} 5
14	^{1}	^{3} 9	^{4} 5
10	^{5} 7	^{4} 3	^{6}

Транспортная задача

	18	21	2	b
32	^{4}	^{4}	^{2}	^{2}
5	^{2}	^{3}	^{5}	^{1}
a	^{3}	^{7}	^{1}	^{1}

будет открытой, если …

- $a = 7,\ b = 5$
- $a = 5,\ b = 1$
- $a = 8,\ b = 4$
- $a = 4,\ b = 0$

В транспортной задаче, решаемой методом потенциалов, распределение поставок задано таблицей:

	10	11	7	u
5	^{4}	^{3}	^{2} 5	0
13	^{1} 10	^{3} 3	^{4}	u_2
10	^{5}	^{4} 8	^{6} 2	u_3
v	v_1	v_2	v_3	

Тогда значение потенциала u_2 будет равно …

- 3
- 0
- 4
- 2

В транспортной задаче оптимальное распределение поставок имеет вид:

	10	15	8	u
4	^{4}	^{3}	^{2} 4	0
14	^{6}	^{3} 10	^{4} 4	2
15	^{c} 10	^{2} 5	^{6}	1
v	4	1	2	

Тогда оптимальное значение целевой функции будет равно …

- 114
- 74
- 94
- 104

В транспортной задаче оптимальное распределение поставок, найденное по методу потенциалов, имеет вид …

-

	10	12	8	u_i
14	^{4}	^{3} 12	^{1} 2	0
6	^{4}	^{4}	^{2} 6	1
10	^{1} 10	^{2} 0	^{3}	-1
v_j	2	3	1	

-

	10	12	8	u_i
14	^{4} 10	^{3} 4	^{1}	0
6	^{4}	^{4} 6	^{2}	1
10	^{1}	^{2} 2	^{3} 8	-1
v_j	4	3	4	

-

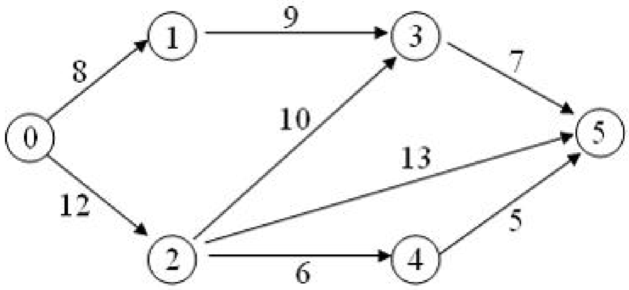
	10	12	8	u_i
14	^{4} 10	^{3} 4	^{1}	0
6	^{4}	^{4}	^{2} 6	2
10	^{1}	^{2} 8	^{3} 2	-1
v_j	4	3	4	

-

	10	12	8	u_i
14	^{4} 0	^{3} 6	^{1} 8	0
6	^{4}	^{4} 6	^{2}	1
10	^{1} 10	^{2}	^{3}	-3
v_j	4	3	1	

5.1.3. Текущий контроль по теме: «Сетевое планирование»

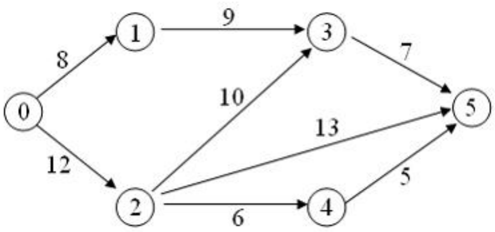
1. Сетевой график изображен на рисунке



Тогда, для изменения критического пути, продолжительность работы $(4,5)$ можно увеличить на …

- 7 дней
- 5 дней
- 3 дня
- 1 день

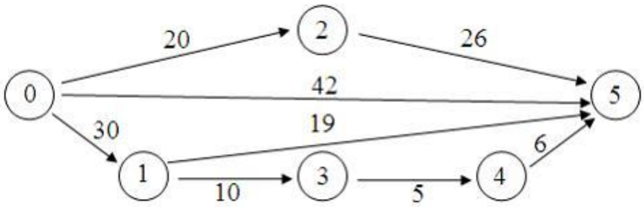
2. Сетевой график изображен на рисунке



Тогда, для изменения критического пути, продолжительность работы $(4,5)$ можно увеличить на …

- 7 дней
- 5 дней
- 3 дня
- 1 день

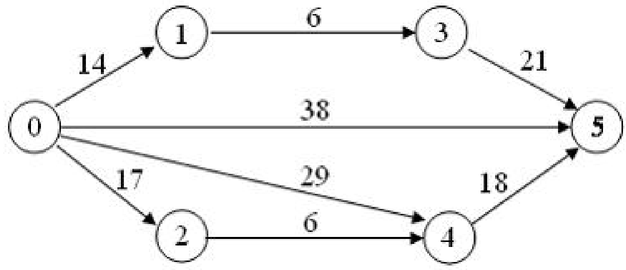
3. Сетевой график изображен на рисунке



Тогда полный резерв времени работы $(1,5)$ равен …

- 2
- 8
- 0
- 4

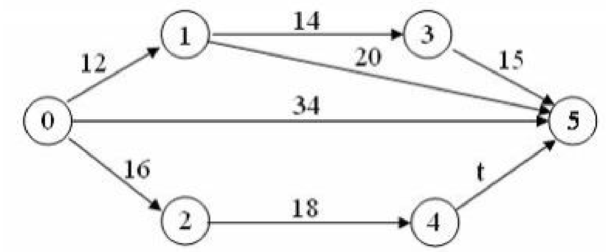
4. Для сетевого графика, изображенного на рисунке,



критической является работа …

- (4,5)
- (0,5)
- (1,3)
- (2,5)

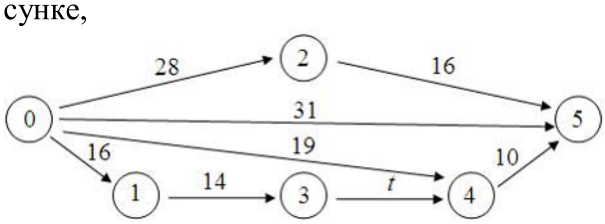
Для сетевого графика, изображенного на рисунке,



длина критического пути равна 42. Тогда значение параметра t равно …

- 8
- 18
- 0
- 42

Для сетевого графика, изображенного на рисунке,



длина критического пути равна 49. Тогда значение параметра t равно …

- 9
- 19
- 0
- 49

5.1.4.Текущий контроль по теме: «Теория игр»

1 вариант

Матрица выигрышей в игре с природой имеет вид

	Q_1	Q_2	Q_3
A_1	1	3	7
A_2	2	4	6
A_3	4	3	3
A_4	9	5	1

Тогда оптимальной по критерию пессимизма-оптимизма Гурвица относительно выигрышей с показателем пессимизма $\lambda = 0{,}3$ будет стратегия …

- A_4
- A_1
- A_2
- A_3

2 вариант

Матрица выигрышей в игре с природой имеет вид:

	$P(Q_1) = 0{,}45$	$P(Q_2) = p$
A_1	6	2
A_2	4	3
A_3	3	6
A_4	2	5

Тогда средний выигрыш игрока по критерию Байеса относительно выигрышей будет равен …

- 4,65
- 3,8
- 5
- 3,65

5.2 Рубежный контроль

5.2.1 Контрольные задания по разделу «Линейное программирование»

Вариант 1.

Задание 1. Экономико-математическая модель задачи линейного программирования (ЗЛП) содержит:

1. критерий оптимальности (целевая функция)
2. условие экстремума целевой функции
3. систему ограничений
4. условие допустимости (неотрицательности) переменных
5. все ответы верны.

Задание 2. Решить ЗЛП графическим методом

$F(x)= 2x_1+x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1+x_2 \le 6 \\ x_1+x_2 \ge 2 \\ x_1-x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Значение целевой функции, доставляемое найденным оптимальным планом производства, равно:

1. 12 2. 2 3. 8 4. 4 5. нет **правильного ответа**

Задание 3. При расчете разрешающего элемента выяснилось, что в разрешающем столбце нет положительных элементов. Какой вывод можно сделать?

1. ЗЛП имеет единственное оптимальное решение
2. ЗЛП имеет бесконечное число решений
3. **целевая функция не ограничена, решений нет**
4. найденное решение не является допустимым
5. нет правильного ответа

Задание 4. Наиболее оптимальным методом начального распределения поставок в транспортной задаче является

1. метод «северо-западного угла» 2. метод минимальных затрат

3. метод потенциалов
4. все варианты верны
5. нет правильного ответа

Задание 5. При решении транспортной задачи методом потенциалов получили выполнение критерия оптимальности плана, но при этом имеется незанятая (пустая) клетка с нулевой оценкой. Какой можно сделать вывод?

1. найденное решение транспортной задачи не является единственным
2. найденное решение не является оптимальным
3. транспортная задача не имеет решений
4. это случай зацикливания
5. нет верного ответа

Вариант 2.

Задание 1. Дана система ограничений ЗЛП по ресурсам производства. При приведении ЗЛП к каноническому виду и нахождении начального допустимого базисного решения число дополнительных и искусственных переменных соответственно равны:

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2 \le 6 \\ x_1-4x_2 = 2 \\ x_1-x_2 \ge 5 \end{cases}$$

1. 3, 0 2. 2, 0 3. 2, 1 **4. 2, 2** 5. нет правильного ответа

Задание 2. Дана исходная таблица решения ЗЛП симплекс-методом

Б	$C_Б$	X_0	16	20	18	0	0	0
			X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_4	0	24	2	4	2	1	0	0
X_5	0	12	2	3	3	0	1	0
X_6	0	18	4	2	1	0	0	1
F		0	-16	-20	-18	0	0	0

Определить разрешающий элемент

1. 1 2. 2 **3. 3** 4. 4 5.нет правильного ответа

Задание 3. Двойственные оценки позволяют выяснить:

1. увеличение объемов какого вида ресурсов наиболее выгодно
2. на сколько можно увеличить запас сырья для улучшения полученного оптимального значения целевой функции
3. каков диапазон изменения того или иного коэффициента целевой функции, при котором не происходит изменения оптимального решения
4. целесообразность включения в план новых изделий
5. все варианты верны

Задание 4. Имеются данные транспортной задачи: наличие груза в пунктах отправления A_i (i=1,2,3); потребность в грузе пунктов назначения B_j (j=1,2,3,4); матрица транспортных затрат на перевозку единицы продукции из пункта A_i в пункт B_j

A=(100, 150, 50), B=(75,80,60,85), $C=\begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 20 & 1 \end{pmatrix}$

Выполнить начальное распределение поставок по методу «северо-западного угла». При этом стоимость перевозок составит:

1.1295 у.е 2.1200 у.е 3.1245 у.е 4.1220 у.е 5.нет правильного ответа

Задание 5. Величина перераспределения поставок в клетку (2,2) равна:

300^{4}	$+^{1}$	^{2}
100^{3}	250^{4}	^{2}
^{1}	150^{3}	0^{1}
^{1}	^{4}	200^{3}

1. 300 2. 250 3 .200 4.100 5.нет правильного ответа

5.2.2 Контрольная работа по теме «Графический метод решения ЗЛП»

Вариант 1

1.Решить геометрически

$$F = 2x_1 - 6x_2 \to max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

Вариант 2

1.Решить геометрически

$$F = 2x_1 - 2x_2 \to min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

Вариант 3

1.Решить геометрически

$$F = x_1 + x_2 \to max$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4 \leq 0, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 - 4 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

Вариант 4

1.Решить геометрически

$$F = 2x_1 - x_2 \to min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ -x_1 - 2x_2 \geq -10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

Вариант 5

1.Решить геометрически

$$F = x_1 - x_2 \to max$$
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq -8 \\ x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

Вариант 6

1.Решить геометрически

$$F = 3x_1 + 3x_2 \to max$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

Вариант 7

1.Решить геометрически

$$F = 2x_1 - 3x_2 + 1 \to min$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 4 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

Вариант 8

1.Решить геометрически

$$F = 2x_1 - 6x_2 \to max$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases},$$

2.Составить двойственную задачу и решить ее

5.2.3 Контрольная работа по разделу «Линейное программирование»
по дисциплине «Математические методы»

Вариант 1

1. Решить транспортную задачу методом потенциалов:

min	***75***	***80***	***60***	***85***
100	6	7	3	5
150	1	2	5	6
50	8	10	20	1

2. Составить двойственную задачу к предложенной исходной задаче:

Сырье	***Затраты***		***Количество сырья***
	П1	***П2***	
С1	1	3	300
С2	1	1	150
Прибыль	2	3	

3. Решить двойственную задачу к предложенной исходной задаче (метод по выбору студента)

Вариант 2

1. Решить транспортную задачу методом потенциалов:

min	***400***	***400***	***200***
300	4	1	2
350	3	4	2
150	1	3	1
200	1	4	3

2. Составить двойственную задачу к предложенной исходной задаче:

Сырье	***Затраты***		***Количество сырья***
	П1	***П2***	
Труд	2	4	2000
Оборудование	4	1	1400
Прибыль	40	60	

3. Решить двойственную задачу к предложенной исходной задаче (метод по выбору студента)

5.2.4 Контрольная работа по теме «Транспортная задача.»

Вариант 1

	7	7	7	7	2
4	16	30	17	10	16
6	30	27	26	9	3
10	13	4	22	3	1
10	3	1	5	4	24

Вариант 2

	19	19	19	19	4
20	15	1	22	19	1
20	21	18	11	4	3
20	26	29	23	26	24
20	21	10	3	19	27

Вариант 3

	11	11	11	11	16
15	17	20	29	26	25
15	3	4	5	15	24
15	19	2	22	4	13
15	20	27	1	17	19

Вариант 4

	12	12	12	12	12
13	20	26	24	26	29
17	15	20	29	26	23
17	4	10	27	30	7
13	9	16	29	20	3

Вариант 5

	8	8	8	8	28
18	21	22	2	13	7
12	27	10	4	24	9
17	3	16	25	5	4
13	28	11	17	10	29

Вариант 6

	9	24	9	9	9
15	10	17	9	20	30
15	13	4	24	26	26
19	22	24	30	27	29
11	25	12	11	24	23

Вариант 7

	15	15	15	15	20
21	30	24	11	12	25
19	26	4	29	20	24
15	27	14	14	10	18
25	6	14	28	8	2

Вариант 8

	8	9	13	8	12
9	5	15	3	6	10
11	23	8	13	27	12
14	30	1	5	24	25
16	8	26	7	28	9

Вариант 9

	7	7	7	7	42
22	9	17	29	28	8
13	13	21	27	16	29
17	20	30	24	7	26
18	11	19	30	6	2

Вариант 10

	6	6	13	20	15
16	30	2	5	6	15
15	5	29	9	5	7
14	16	24	14	6	26
15	13	28	4	25	8

5.2.5 Домашняя контрольная работа по разделу «Линейное программирование»

Задание1. Решить симплекс-методом следующие задачи линейного программирования.

Вариант			
1	$F(x) = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \to \max$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \le 1800 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 2400 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$		$F(x) = 4x_1 + 6x_2 \to \min$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \ge 9 \\ x_1 + 2x_2 \ge 8 \\ x_1 + 6x_2 \ge 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$
2	$F(x) = 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 \to \max$ $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - x_3 \le 15 \\ x_1 + 3x_3 \le 7 \\ -2x_1 + 8x_2 \le 20 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$		$F(x) = x_1 - 2x_2 \to \max$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 7 \\ 2x_1 - x_2 \ge -2 \\ -4x_1 + 3x_2 \ge -12 \\ x_1 + 3x_2 \ge 18 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$
	$F(x) = 2x_1 - x_2 \to \max$ $\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 \le 20 \\ 2x_1 + 3x_2 \le 24 \\ x_1 - 3x_2 \le 3 \\ x_2 \le 6 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$		$F(x) = 2x_1 - 3x_2 \to \min$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 4 \\ 2x_1 - x_2 \ge 1 \\ x_1 - 2x_2 \le 1 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$
4	$F(x) = 10x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 4x_4 \to \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 50000 \\ x_1 \le 20000 \\ x_2 + x_3 \le 25000 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{cases}$		$F(x) = 10x_2 - x_3 \to \min$ $\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 \ge 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \ge 3 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$
5	$F(x) = 2x_1 + 3x_2 \to \max$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 18 \\ 2x_1 + x_2 \le 16 \\ x_2 \le 5 \\ 3x_1 \le 21 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$		$F(x) = 6x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \to \max$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \le 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{cases}$
6	$F(x) = 2x_1 + 2x_2 \to \max$ $\begin{cases} -x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 + 2x_2 \le 7 \\ 4x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$	**6**	$F(x) = 3x_2 - 2x_3 + x_4 \to \min$ $\begin{cases} -x_1 + x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 \le 7 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0 \end{cases}$
7	$f(x) = x_1 + 2x_2 \to \max$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \le 6 \\ -x_1 + 2x_2 \le 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$	**7**	$F(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max$ $\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 \ge 1 \\ x_1 - x_2 = 2 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$

8	$f(x)=x_1+3x_2\to\max$ $\begin{cases}-x_1+x_2\le 3\\ x_1+x_2\le 7\\ 3x_1+x_2\le 15\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$	**8**	$F(x)=7x_1+x_3-4x_4\to\max$ $\begin{cases}x_1-x_2+2x_3-x_4\le 6\\ 2x_1+x_2-x_3\le -1\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$
9	$F(x)=-2x_1-6x_2+6x_3+6x_4\to\max$ $\begin{cases}-x_1+2x_2+2x_3+x_4\le 1\\ 2x_1-x_2+x_3+2x_4\le 1\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$	**9**	$F(x)=7x_1+5x_2\to\min$ $\begin{cases}x_1+x_2\ge 3\\ x_1+5x_2\ge 5\\ 2x_1+x_2\ge 4\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$
10	$F(x)=-2x_1-3x_2\to\max$ $\begin{cases}3x_1+3x_2\le 15\\ x_1+3x_2\le 9\\ x_1\le 4\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$	**10**	$F(x)=-x_1+2x_2\to\min$ $\begin{cases}2x_1-3x_2\ge 0\\ x_1-x_2\le 3\\ 2x_1-x_2=4\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$
11	$F(x)=6x_1-2x_2+4x_3\to\max$ $\begin{cases}x_1+x_2+x_3\le 2\\ 2x_1+x_2+x_3\le 2\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$		$F(x)=x_1+4x_4\to\max$ $\begin{cases}x_2+x_3\le 4\\ x_1-x_2+x_3+x_4\ge 3\\ x_1-x_2+2x_3\ge 5\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$
12	$F(x)=x_1+x_2\to\max$ $\begin{cases}-x_1+x_2\ge -2\\ x_1+x_2\le 4\\ 2x_1+x_2\le 6\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$		$F(x)=6x_1+x_2+4x_3-5x_4\to\max$ $\begin{cases}3x_1+x_2-x_3+x_4=4\\ 5x_1+x_2+x_3-x_4=4\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$
13	$F(x)=3x_1+3x_2\to\max$ $\begin{cases}x_1+x_2\le 8\\ 2x_1-x_2\ge 16\\ x_1-2x_2\le 2\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$		$F(x)=x_1+2x_2-x_3+x_4\to\max$ $\begin{cases}x_1+x_2-2x_3+3x_4=1\\ 2x_1-x_2-x_3+3x_4=2\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$
14	$F(x)=3x_1+4x_2\to\max$ $\begin{cases}3x_1+2x_2\le 8\\ x_1+4x_2\le 10\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$		$F(x)=x_1+x_2+x_3+x_4\to\max$ $\begin{cases}x_1+3x_2+x_3+2x_4=5\\ 2x_1-x_3+x_4=1\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$
15	$f(x)=x_1+3x_2\to\max$ $\begin{cases}-x_1+x_2\le 3\\ x_1+x_2\le 7\\ 3x_1+x_2\le 15\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}$		$F(x)=2x_1+x_2+3x_3+x_4\to\max$ $\begin{cases}x_1+2x_2+5x_3-x_4=4\\ x_1-x_2-x_3+2x_4=1\\ x_1,x_2,x_3,x_4\ge 0\end{cases}$

Задание 2

Вариант1

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	3	1	3	2	200
II	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
	6	6	3	6	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=56, X2=12, X3=0, X4=10

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_3).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и II вида на 4 и 3 единицы соответственно и уменьшении на 3 единицы III вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант2

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	3	2	200
II	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
	5	7	3	6	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=80,X2=0,X3=0,X4=10:

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_2, X_3).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и II вида на 8 и 10 единицы соответственно и уменьшении на 5 единицы III вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант3

Для изготовления трех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	18	15	12	360
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
	9	10	16	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результатыX1=0, X2=8, X3=20:

Требуется

1) Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_1).
2) Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3) Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4) Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I вида на 40 и уменьшении на 9единицы II вида.

5) Определить целесообразность включения в план изделия «Г ценой 11ед., если нормы затрат 9 и 6кг.

Вариант4

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	0,5	4	2400
II	1	5	3	0	1200
III	3	0	6	1	3000
	7,5	3	6	12	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результатыX1=0Б X2=0БX3=400БX4=550:

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_1, X_2).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I вида на 100кг и уменьшении на 150 единиц III вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по 2,4,4кг единицы сырья соответственно.

Вариант5

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	1	3	300
II	1	0	2	1	70
III	1	2	1	0	340
	8	3	2	1	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=70, X2=135, X3=0, X4=0:

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_3, X_4).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья III вида на 20 единиц.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 11 ед., на изготовление которого расходуется по 8, 2, 3 ед. соответственно.

Вариант6

Для изготовления трех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	1	4	3	200
II	1	1	2	80
III	1	11	2	140
	40	60	80	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=40, X2=40, X3=0:

Требуется

1.Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_3).

2.Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.

3.Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.

4.Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья на 15 ед..

5.Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 70 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант7

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	3	6	4	2000
II	20	15	20	15000
III	10	15	20	7400
vi	0	3	5	1500
	6	10	9	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=520, X2=0, X3=110:

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_2).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I вида на 24
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 11 ед., на изготовление которого расходуется по 8, 4, 18, 7 единиц сырья соответственно..

Вариант8

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	0	2	1	180
II	0	1	3	2	210
III	4	2	0	4	800
	9	6	4	7	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=95Б X2=210Б X3=0, X4=0:

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_3, X_4).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья II и III вида на 120 и 160 единицы соответственно и уменьшении на 50 единицы I вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 13 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант9

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	3	1	3	2	200
II	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
	6	6	3	6	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=56, X2=12, X3=0, X4=10

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_3).

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и II вида на 4 и 3 единицы соответственно и уменьшении на 3 единицы III вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант10

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	3	2	200
II	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
	5	7	3	6	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=80,X2=0,X3=0,X4=10:

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_2, X_3).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и II вида на 8 и 10 единицы соответственно и уменьшении на 5 единицы III вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант11

Для изготовления трех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	18	15	12	360
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
	9	10	16	

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результатыX1=0, X2=8, X3=20:

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_1).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I вида на 40 и уменьшении на 9единицы II вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Г ценой 11 ед., если нормы затрат 9 и 6 кг..

Вариант12

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результатыX1=0Б X2=0БX3=400БX4=550:

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	0,5	4	2400
II	1	5	3	0	1200
III	3	0	6	1	3000
	7,5	3	6	12	

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_1, X_2).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.

4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I вида на 100кг и уменьшении на 150 единиц III вида.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по 2,4,4кг единицы сырья соответственно.

Вариант13

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=70, X2=135, X3=0, X4=0:

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
	2	1	1	3	300
II	1	0	2	1	70
III	1	2	1	0	340
	8	3	2	1	

Требуется

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_3, X_4).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья III вида на 20 единиц.
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 11 ед., на изготовление которого расходуется по 8, 2, 3 ед. соответственно.

Вариант14

Для изготовления трех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=40, X2=40, X3=0: Требуется

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	1	4	3	200
II	1	1	2	80
III	1	11	2	140
	40	60	80	

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_3).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья на 15 ед..
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 70 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант15

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

При решении задачи на максимум общей стоимости выпускаемой продукции были получены следующие результаты X1=520, X2=0, X3=110: Требуется

Тип сырья	Нормы сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	3	6	4	2000
II	20	15	20	15000
III	10	15	20	7400
vi	0	3	5	1500
	6	10	9	

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максиму общей стоимости, указать оптимальную производственную программу (пояснить нулевые значения X_2).
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план.
3. Проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане.
4. Определить, как изменятся общая стоимость продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I вида на 24
5. Определить целесообразность включения в план изделия «Д ценой 11 ед., на изготовление которого расходуется по 8, 4, 18, 7 единиц сырья соответственно.

5.3 Итоговый контроль

5.3.1 Тестовые задания для контроля теоретических знаний по дисциплине «Математические методы»

1) Градиент – это:

а) Вектор, направленный в сторону наискорейшего убывания функции и равный по величине производной в этом направлении

б) Вектор, направленный в сторону наискорейшего возрастания функции и равный по величине производной в этом направлении

в) Линия, сдвигаемая вдоль направления оптимизации

г) Линия, сдвигаемая против направления оптимизации

2) При графическом решении задачи линейного программирования линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при поиске максимума целевой функции:

а) сдвигается по направлению вектора до крайнего положения в области допустимых решений

б) сдвигается против направления вектора до крайнего положения в области допустимых решений

в) сдвигается по направлению вектора до пересечения с осью ординат

г) сдвигается по направлению вектора до пересечения с осью абсцисс

3) При графическом решении задачи линейного программирования определить, что экстремума не существует, можно по следующим признакам:

а) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, параллельна с одной из сторон области допустимых решений в направлении оптимизации целевой функции

б) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, в направлении оптимизации целевой функции касается области допустимых решений в единственной точке

в) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, в направлении оптимизации целевой функции не пересекает области допустимых решений

г) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, в направлении оптимизации целевой функции не покидает области допустимых решений

4) При графическом решении задачи линейного программирования определить, что задача имеет множество решений, можно по следующим признакам:

а) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации касается области допустимых решений в единственной точке

б) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, параллельна с одной из сторон области допустимых решений в направлении оптимизации целевой функции

в) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не пересекает области допустимых решений

г) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не покидает области допустимых решений

5) При графическом решении задачи линейного программирования она имеет единственное оптимальное решение, если:

а) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации касается области допустимых решений в единственной точке

б) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, параллельна с одной из сторон области допустимых решений в направлении оптимизации целевой функции

в) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не пересекает области допустимых решений

г) линия уровня, перпендикулярная вектору – градиенту, при сдвиге в направлении оптимизации не покидает области допустимых решений

6) Симплексный метод решения задач линейного программирования – это:

а) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции больше.

б) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции меньше.

в) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции оптимальнее.

г) вычислительная процедура, основанная на принципе последовательного улучшения решений – перехода от одной базисной точки к другой, для которой значение целевой функции не меньше

7) Укажите, в каком случае возникает необходимость использования симплекс-метода с искусственным базисом (М-метода):

а) трудно привести задачу к каноническому виду
б) задача имеет множество решений
в) для решения задачи неприменим графический метод
г) трудно найти первоначальный опорный план исходной задачи линейного программирования, записанной в канонической форме

8) Двойственная задача – это:

а) задача, обратная для задачи линейного программирования, причем функционалы оптимальных решений задач совпадают, но если в прямой задаче они отражают наиболее эффективную комбинацию ресурсов, которая дает максимум целевой функции, то в двойственной – наиболее эффективную комбинацию расчетных цен (оценок) ограниченных ресурсов
б) задача, обратная для задачи линейного программирования, причем функционалы оптимальных решений задач совпадают, но в двойственной коэффициенты при переменных обратно пропорциональны исходным коэффициентам
в) задача, обратная для задачи линейного программирования, причем функционалы оптимальных решений задач совпадают, но в двойственной коэффициенты при переменных противоположны исходным коэффициентам
г) задача, обратная для задачи линейного программирования, в которой коэффициенты при переменных противоположны коэффициентам прямой задачи, поэтому одна задача решается на нахождения минимума, а другая – на нахождение максимума

9) Система ограничений в линейном программировании отражает:

а) Ограничение сроков выполнения работ
б) Имеющиеся резервы времени для выполнения работ
в) Математическую запись дефицитности имеющихся ресурсов
г) Критерий оптимальности решения

10) Целевая функция в экстремальных задачах – это:

а) функция, задающая критерий оптимальности решения задачи, минимум или максимум которой нужно найти
б) функция, отражающая оптимальное решение экстремальной задачи
в) функция, определяющая дефицитность ресурсов
г) функция, для которой необходимо найти оба экстремума

11) Линейное программирование – это:

а) раздел математического оптимального программирования, изучающий задачи на нахождение экстремума, в которых на искомые переменные накладывается условие целочисленности, а область допустимых решений дискретна.
б) раздел математического программирования, совокупность приемов, позволяющих находить оптимальные решения, основанные на вычислении последствий каждого решения и выработке оптимальной стратегии для последующих решений.
в) область математического программирования, решающая задачи на нахождение экстремума, характеризующиеся линейной зависимостью межу переменными.
г) раздел математического программирования, изучающий методы решения таких экстремальных задач, в которых эффективность возрастает или убывает не пропорционально изменению масштабов использования ресурсов.

12) Задача о коммивояжере – это:

а) задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребности организма в питательных веществах при минимальной общей стоимости используемых продуктов.
б) задача прогнозирования затрат, связанных с обновлением оборудования, и выработкой наиболее экономичной стратегии проведения этой работы.
в) вид задачи линейного программирования, состоящей в отыскании наилучшего маршрута с наименьшими путевыми затратами.

г) вид задачи линейного программирования, с помощью которой решаются вопросы типа: как распределить рабочих, чтобы общая выработка была наибольшей или затраты на заработную плату наименьшими.

13) Задача о назначениях – это:

а) задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребности организма в питательных веществах при минимальной общей стоимости используемых продуктов.

б) задача прогнозирования затрат, связанных с обновлением оборудования, и выработкой наиболее экономичной стратегии проведения этой работы.

в) вид задачи линейного программирования, состоящей в отыскании наилучшего маршрута с наименьшими путевыми затратами.

г) вид задачи линейного программирования, с помощью которой решаются вопросы типа: как распределить рабочих, чтобы общая выработка была наибольшей или затраты на заработную плату наименьшими.

14) К какому виду задач линейного программирования относится задача распределения рабочих по станкам, чтобы общая выработка была наибольшей?

а) задача о коммивояжере

б) задача о назначениях

в) задача о размещении оборудования

г) транспортная задача

15) К какому виду задач линейного программирования относится задача распределения рабочих по станкам, чтобы общий брак был наименьшим?

а) задача о коммивояжере

б) задача о назначениях

в) задача о размещении

г) транспортная задача

16) К какому виду задач линейного программирования относится задача распределения рабочих по станкам, чтобы затраты на выплату заработной платы были наименьшими?

а) задача о рационе

б) задача о размещении

в) задача о назначениях

г) транспортная задача

17) Методы, характеризующиеся частичным целенаправленным перебором возможных вариантов, называются:

а) методы потенциалов

б) симплекс-методы

в) методы ветвей и границ

г) графические методы.

18) На первом этапе экономико-математических исследований выполняется

A) постановка задачи;

B) построение математической модели;

C) расчет модели;

D) построение компьютерной модели.

19) Дцскретное программирование — это

A) раздел математического оптимального программирования, изучающий задачи на нахождение экстремума, в которых на искомые переменные накладывается условие целочисленности, а область допустимых решений дискретна;

B) раздел математического программирования, совокупность приемов, позволяющих находить оптимальные решения, основанные вычислении последствий каждого решения и выработке оптимальной стратегии для последующих решений;

C) область математического программирования, решающая задачи на нахождение экстремума, характеризующиеся линейной зависимостью между переменными;

D) раздел математического программирования, изучаюший методы решения таких экстремальных задач, в которых эффективность возрастает или убывает не пропорционально изменению масштабов использования ресурсов.

20) Устойчивость решения —это

A) показатель оптимальности найденного решения при определеных изменениях начальных условий;

B) показатель оптимальности найденного решения при любых изменениях начальных условий;

C) невозможность изменения начальных условий, прводящая к неизменности найденного решения;

D) показатель, когда малые изменения каких-либо характеристик, (начальных условий, ограничений, целевой. Функции), не приводят к качественному изменению решения.

21) *Если прямая задача не имеет решения, то двойственная задача*

A) также не имеет решения;
B) имеет решение;
C) имеет только нулевое решение;
D) имеет только целочисленное решение.

22) *Целевая функция задачи линейного программирования имеет вид: Z=5x1-3x2+1. Вектор-градиент будет иметь координаты*

A) *g(-5;3);*
B) g(5;3);
C) g(5;-3);
D) g(3;1).

23) *Градиент — это*

A) вектор, направленный в сторону наискорейшего убывания функции и равный по величине производной в этом направлении;
B) вектор, направленный в сторону наискорейшего возрастания функции и равный по величине производной в этом направлении;
C) линия, сдвигаемая вдоль направления оптимизации;
D) линия, сдвигаемая против направления оптимизации.

24) *Транспортная задача — это*

A) одна из задач исследования операций, обычно решаемая методом нелинейного программирования, заключается в минимизации общей суммы транспортных и складских затрат;
B) задача о комплексном использовании дефицитного сырья. при раскрое его на заданное количество деталей различных размеров;
C) нахождение плана доставки грузов от поставщиков к потребителям, чтобы стоимость перевозки (или суммарная дальность, или объем транспортной работы в тонно-километрах) была наименьшей;
D) класс задач исследования операций, заключающихся в нахождении оптимальных параметров систем массового обслуживания.

25) *Задача замены оборудования — это*

A) задача линейного программирования, состоящая в определении такого рациона, который удовлетворял бы потребности организма в питательных веществах при минимальной общей стоимости используемых продуктов;
B) задача прогнозирования затрат, связанных с обновлением оборудования, и выработкой наиболее экономичной стратегии проведения этой работы;
C) вид задачи линейного программирования, состоящей в отыскании наилучшего маршрута с наименьшими путевыми затратами;
D) вид задачи линейного программирования, с помощью которой решаются вопросы типа: как распределить рабочих, чтобы общая выработка была наибольшей или затраты на заработную плату наименьшими.

РАЗДЕЛ 6 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

6.1 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЮ

Программа учебного курса охватывает все темы, предусмотренные Федеральным Государственным образовательным стандартом.

Лекции по курсу целесообразно читать в аудитории, оснащённой проекционной аппаратурой для демонстрации заранее подготовленных компьютерных презентаций. Презентации должны содержать опорный материал для конспектирования: отражать логику изложения в виде иерархической структуры, содержать основные определения, табличный и графический иллюстрационный материал. Определяющим требованием к презентации является её способность привить базовые навыки отражения смысла моделируемых процессов математическими записями и восприятия математической нотации, используемой при формулировании изучаемых экономико-математических моделей, а также дать необходимые основы для выполнения практических заданий и заданий лабораторного практикума.

Организация занятий предполагает самостоятельную формализацию поставленной преподавателем задачи в рамках семинаров по изучаемой теме. Для проведения соответствующих расчётов на компьютере средствами табличного процессора, оформления отчёта используются лабораторно-практические занятия. Для достижения целей данного курса лабораторно-практические занятия проводятся в компьютерных классах, оснащённых программным обеспечением, реализующим изучаемые математические методы.

Самостоятельная работа по курсу используется:

•для проработки конспектов лекций и обязательной учебной литературы по курсу;

•при необходимости – для ознакомления с рекомендуемой литературой;

•для выполнения тех заданий лабораторного практикума, которые, как правило, не вызывают затруднений у студентов и потому могут быть выполнены в отсутствие преподавателя.

•для выполнения домашней контрольной работы

6.2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Введение

В последнее десятилетие отечественная система среднего профессионального образования становится все более адекватной тенденциям развития современного общества. Востребованы высокий уровень знаний, академическая и социальная мобильность, профессионализм специалистов, готовность к самообразованию и самосовершенствованию. В связи с этим должны измениться подходы к планированию, организации учебно-воспитательной работы, в том числе и самостоятельной работы студентов. Прежде всего, это касается изменения характера и содержания учебного процесса, переноса акцента на самостоятельный вид деятельности, который является не просто самоцелью, а средством достижения глубоких и прочных знаний, инструментом формирования у обучающихся активности и самостоятельности.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности учебного процесса, в том числе благодаря самостоятельной работе, в которой обучающийся становится активным субъектом обучения, что означает:

-способность занимать в обучении активную позицию;

-готовность мобилизовать интеллектуальные и волевые усилия для достижения учебных целей;

- умение проектировать, планировать и прогнозировать учебную деятельность;

- привычку инициировать свою познавательную деятельность на основе внутренней положительной мотивации;

- осознание своих потенциальных учебных возможностей и психологическую готовность составить программу действий по саморазвитию.

Одной из проблем современного среднего профессионального образования является компетентностный подход к обучению, в том числе развитие компетенции автономной деятельности.

<u>Виды самостоятельной работы обучающихся</u>

Репродуктивная самостоятельная работа	Самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы, прослушивание лекций, магнитофонных записей, заучивание, пересказ, запоминание, Интернет-ресурсы, повторение учебного материала и др.
Познавательно-поисковая самостоятельная работа	Подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам, написание рефератов, контрольных, курсовых работ и др.
Творческая самостоятельная работа	Написание рефератов, научных статей, участие в научно-исследовательской работе, подготовка дипломной работы (проекта). Выполнение специальных заданий и др., участие в студенческой научной конференции.

6.2.1 Организация и контроль самостоятельной работы

Для успешного выполнения самостоятельной работы обучающихся необходимо планирование и контроль со стороны преподавателей. Аудиторная самостоятельная работа выполняется обучающимися на лекциях, семинарских занятиях, и, следовательно, преподаватель должен заранее выстроить систему самостоятельной работы, учитывая все ее формы, цели, отбирая учебную и научную информацию и средства (методических) коммуникаций, продумывая роль студента в этом процессе и свое участие в нем.

Содержание деятельности преподавателя и обучающегося при выполнении самостоятельной работы представлено в таблице[1].

[1] См. Абасов З. Проектирование и организация самостоятельной работы студентов // Высшее образование в России. 2007. № 10.

Самостоятельная работа

Основные характеристики	**Деятельность преподавателя**	**Деятельность студентов**
Цель выполнения СР	- Объясняет цель и смысл выполнения СР; - дает развернутый или краткий инструктаж о требованиях, предъявляемых к СР и способах ее выполнения; - демонстрирует образец СР	- Понимает и принимает цель СР как личностно значимую; - знакомится с требованиями к СР
Мотивация	- Раскрывает теоретическую и практическую значимость выполнения СР, тем самым формирует у студента познавательную потребность и готовность к выполнению СР; - мотивирует студента на достижение успеха	- Формирует собственную познавательную потребность в выполнении СР; - формирует установку и принимает решение о выполнении СР
Управление	- Осуществляет управление путем целенаправленного воздействия на процесс выполнения СР; - дает общие ориентиры выполнения СР	На основе владения обобщенным приемом сам осуществляет управление СР (проектирует, планирует, рационально распределяет время и т.д.)
Контроль и коррекция выполнения СР	- Осуществляет предварительный контроль, предполагающий выявление исходного уровня готовности студента к выполнению СР; - осуществляет итоговый контроль конечного результата выполнения СР	- Осуществляет текущий операционный самоконтроль за ходом выполнения СР; - выявляет, анализирует и исправляет допущенные ошибки и вносит коррективы в работу, отслеживает ход выполнения СР; - ведет поиск оптимальных способов выполнения СР; - осуществляет рефлексивное отношение к собственной деятельности; - осуществляет итоговый самоконтроль результата СР
Оценка	- На основе сличения результата с образцом, заранее заданными критериями дает оценку СР; - выявляет типичные ошибки, подчеркивает положительные и отрицательные стороны, дает методические советы по выполнению СР, намечает дальнейшие пути выполнения СР; - устанавливает уровень и определяет качество продвижения студента и тем самым формирует у него мотивацию достижения успеха в учебной деятельности	- На основе соотнесения результата с целью дает самооценку СР, своим познавательным возможностям, способностям и качествам

Не умаляя значения аудиторной самостоятельной работы, в данных методических рекомендациях акцентируется внимание на проблемах, связанных с внеаудиторной самостоятельной работой и ее организацией. Внеаудиторная самостоятельная работа студентов (далее самостоятельная работа) – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Она включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к комплексным экзаменам и зачетам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной (дипломной) работы (проекта);
- работу в студенческих научных обществах, кружках, семинарах и др.;
- участие в работе факультативов, спецсеминаров и т.п.;
- участие в научной и научно-методической работе колледжа;
-участие в научных и научно-практических конференциях, семинарах, конгрессах и т.п.;
- другие виды деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Выполнение любого вида самостоятельной работы предполагает прохождение студентами следующих этапов:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной (проблемной или практической) задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе по решению поставленной или выбранной задачи;
- выбор адекватного способа действий, ведущего к решению задачи (выбор путей и средств для ее решения);
- планирование (самостоятельно или с помощью преподавателя) самостоятельной работы по решению задачи;
- реализация программы выполнения самостоятельной работы.

Работа с литературой

Важной составляющей самостоятельной внеаудиторной подготовки является работа с литературой ко всем видам занятий: семинарским, практическим, при подготовке к зачетам, экзаменам, тестированию, участию в научных конференциях.

Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Существует несколько методов работы с литературой.

Один из них – самый известный – <u>метод повторения</u>: прочитанный текст можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются.

Наиболее эффективный метод – <u>метод кодирования</u>: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке. Чтобы основательно обработать информацию и закодировать ее для хранения, важно произвести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения.

Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей.

Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

План (от лат. *planum* – плоскость) – первооснова, каркас какой-либо письменной работы, определяющие последовательность изложения материала.

План является наиболее краткой и потому самой доступной и распространенной формой записей содержания исходного источника информации. По существу, это перечень основных вопросов, рассматриваемых в источнике. План может быть простым и развернутым. Их отличие состоит в степени детализации содержания и, соответственно, в объеме.

Преимущество плана состоит в следующем.

Во-первых, план позволяет наилучшим образом уяснить логику мысли автора, упрощает понимание главных моментов произведения.

Во-вторых, план позволяет быстро и глубоко проникнуть в сущность построения произведения и, следовательно, гораздо легче ориентироваться в его содержании.

В-третьих, план позволяет – при последующем возвращении к нему – быстрее обычного вспомнить прочитанное.

В-четвертых, с помощью плана гораздо удобнее отыскивать в источнике нужные места, факты, цитаты и т. д.

Выписки – небольшие фрагменты текста (неполные и полные предложения, отдельные абзацы, а также дословные и близкие к дословным записи об излагаемых в нем фактах), содержащие в себе квинтэссенцию содержания прочитанного.

Выписки представляют собой более сложную форму записей содержания исходного источника информации. По сути, выписки – не что иное, как цитаты, заимствованные из текста. Выписки позволяют в концентрированной форме и с максимальной точностью воспроизвести в произвольном (чаще последовательном) порядке наиболее важные мысли автора, статистические и даталогические сведения. В отдельных случаях — когда это оправданно с точки зрения продолжения работы над текстом – вполне допустимо заменять цитирование изложением, близким к дословному.

Тезисы (от греч. *tezos* – утверждение) – сжатое изложение содержания изученного материала в утвердительной (реже опровергающей) форме.

Отличие тезисов от обычных выписок состоит в следующем. *Во-первых,* тезисам присуща значительно более высокая степень концентрации материала. *Во-вторых,* в тезисах отмечается преобладание выводов над общими рассуждениями. *В-третьих,* чаще всего тезисы записываются близко к оригинальному тексту, т. е. без использования прямого цитирования.

Исходя из сказанного, нетрудно выявить основное преимущество тезисов: они незаменимы для подготовки глубокой и всесторонней аргументации письменной работы любой сложности, а также для подготовки выступлений на защите, докладов и пр.

Аннотация – краткое изложение основного содержания исходного источника информации, дающее о нем обобщенное представление.

К написанию аннотаций прибегают в тех случаях, когда подлинная ценность и пригодность исходного источника информации исполнителю письменной работы окончательно неясна, но в то же время о нем необходимо оставить краткую запись с обобщающей характеристикой. Для указанной цели и используется аннотация.

Характерной особенностью аннотации наряду с краткостью и обобщенностью ее содержания является и то, что пишется аннотация всегда после того, как (хотя бы в предварительном порядке) завершено ознакомление с содержанием исходного источника информации. Кроме того, пишется аннотация почти исключительно своими словами и лишь в крайне редких случаях содержит в себе небольшие выдержки оригинального текста.

Резюме – краткая оценка изученного содержания исходного источника информации, полученная, прежде всего, на основе содержащихся в нем выводов.

Резюме весьма сходно по своей сути с аннотацией. Однако, в отличие от последней, текст резюме концентрирует в себе данные не из основного содержания исходного источника информации, а из его заключительной части, прежде всего выводов.

Но, как и в случае с аннотацией, резюме излагается своими словами – выдержки из оригинального текста в нем практически не встречаются.

Методические рекомендации для работы с конспектом

Конспект (от лат. *cons-pectum* – обзор, описание) – сложная запись содержания исходного текста, включающая в себя заимствования (цитаты) наиболее примечательных мест в сочетании с планом источника, а также сжатый анализ записанного материала и выводы по нему.

Для работы над конспектом следует:

♦ определить структуру конспектируемого материала, чему в значительной мере способствует письменное ведение плана по ходу изучения оригинального текста;

♦ в соответствии со структурой конспекта произвести отбор и последующую запись наиболее существенного содержания оригинального текста — в форме цитат или в изложении, близком к оригиналу;

♦ выполнить анализ записей и на его основе – дополнение записей собственными замечаниями, соображениями, "фактурой", заимствованной из других источников и т. п. (располагать все это следует на полях тетради для записей или на отдельных листах-вкладках);

♦ завершить формулирование и запись выводов по каждой из частей оригинального текста, а также общих выводов.

Систематизация изученных источников позволяет повысить эффективность их анализа и обобщения. Итогом этой работы должна стать логически выстроенная система сведений по существу исследуемого вопроса.

Необходимо из всего материала выделить существующие точки зрения на проблему, проанализировать их, сравнить, дать им оценку.

Кстати, этой процедуре должны подвергаться и материалы из Интернета во избежание механического скачивания готовых текстов. В записях и конспектах студенту очень важно указывать названия источников, авторов, год издания. Это организует его, а главное, пригодится в последующем обучении. Безусловно, студент должен взять за правило активно работать с литературой в библиотеке, в том числе, их компьютерные возможности (электронная библиотека в сети Интернет).

Методические рекомендации по подготовке к контрольной работе, экзамену

Помимо учебной, научной литературы студентами должны активно использоваться хрестоматии – сборники текстов, иллюстрирующих содержание учебника, а также словари, справочники. В хрестоматиях собраны материалы, которые позволяют расширить кругозор. При подготовке к семинарским занятиям, зачетам, экзаменам следует в полной мере использовать академический курс учебника, рекомендованного преподавателем. Они дают более углубленное представление о проблемах, получивших систематическое изложение в учебнике. Работа с хрестоматией позволит студенту самостоятельно изучить документы, фрагменты источников, другие произведения, разъясняющие сущность изучаемого вопроса.

Студентам рекомендуется самостоятельно выполнять доклады, индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к семинарским занятиям. Работа, связанная с решением этих задач и упражнений, представляет собой вид интеллектуальной практической деятельности. Она способствует выработке умения и привычки делать что-либо правильно, а также закреплению навыков и знаний по проблеме.

Доклад – это вид самостоятельной работы студентов, заключающийся в разработке студентами темы на основе изучения литературы и развернутом публичном сообщении по данной проблеме.

Отличительными признаками доклада являются:

- передача в устной форме информации;
- публичный характер выступления;
- стилевая однородность доклада;
- четкие формулировки и сотрудничество докладчика и аудитории;
- умение в сжатой форме изложить ключевые положения исследуемого вопроса и сделать выводы.

В ходе самостоятельной подготовки к семинарским занятиям, особенно по гуманитарным дисциплинам, студентами может использоваться, к примеру, так называемый метод контрфактического моделирования событий, который научит их самостоятельно рассуждать о минувших, а также современных событиях, покажет мотивы принятия людьми решений, причины совершенных ошибок.

Так, при изучении курса обучающийся может самостоятельно конструировать нереализовавшиеся возможности. Например, предположить: «Что могло произойти, если бы великий полководец проиграл битву? Каковы варианты и последствия (положительные, отрицательные) возможного развития событий?» При ответе на эти вопросы, поставленные им же перед собой, студент вырабатывает в себе способность логически мыслить, искать в анализе событий причинно-следственные связи.

Такая работа, в процессе которой обучающемуся приходится сравнивать, сопоставлять, выявлять логические связи и отношения, применять методы анализа и синтеза, позволит успешно в дальнейшем подготовиться к зачетам, экзаменам и тестированию. Тестирование ориентировано в целом на проверку блоков проблем, способствует систематизации изученного материала, проверке качества его усвоения.

Серьезная и методически грамотно организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. Основными функциями экзамена, зачета являются: обучающая, оценочная и воспитательная. Экзамены и зачеты позволяют выработать ответственность, трудолюбие, принципиальность. При подготовке к зачету, экзамену студент повторяет, как правило, ранее изученный материал. В этот период сыграют большую роль правильно подготовленные заранее записи и конспекты. Студенту останется лишь повторить пройденное, учесть, что было пропущено, восполнить пробелы при подготовке к семинарам, закрепить ранее изученный материал.

Методические рекомендации по написанию письменных, научно - исследовательских работ студентов

Написание письменных научно - исследовательских работ студентов решает ряд задач:

- обучение студентов самостоятельному поиску и отбору учебной и специальной научной литературы по предмету;
- привитие навыков реферирования научных статей по проблематике изучаемых дисциплин;
- выработка умения подготовки рефератов, докладов, выступлений и сообщений;
- приобретение опыта выступления с докладами на семинарских занятиях;
- систематизация, закрепление и расширение теоретических и практических знаний и навыков по изучаемым дисциплинам;
- приобщение студентов к решению проблемных вопросов по избранной теме работы;
- обучение студентов излагать материал в виде стройной системы теоретических положений, связанных логической последовательностью и подкрепленных примерами из практики.

Контрольная работа

Контрольная работа предлагается студентам для выработки умения дать полный ответ на вопрос изучаемого курса, лаконичный, аргументированный, с выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения.

Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических постулатов.

Вариант контрольной работы выбирается студентом.

Работа должна быть грамотно оформлена, листы пронумерованы, воспроизводить структуру и последовательность заданий; содержать список использованной литературы (приводится в конце работы), ссылки на цитируемые источники, а также дату и подпись. В письменной работе необходимо оставлять поля для замечаний преподавателя и дальнейшей подготовки к собеседованию перед ее защитой. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста.

Контрольная работа должна быть структурирована следующим образом:

- титульный лист;
- основная часть работы;

список использованной литературы.

Оформление контрольной работы:

Поля: вверху, снизу – 2 см, слева – 2 см, справа – 2 см.

Сноски:

Если используется цитата из журнала: автор, название статьи // название журнала, год издания, номер журнала, страницы на которых расположена статья.

Список использованной литературы оформляется в соответствии с требованиями к оформлению рефератов, курсовых, дипломных работ.

Методические рекомендации по написанию реферата

Реферат (от лат. ***refero*** – докладываю, сообщаю) – краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним.

Современные требования к реферату – точность и объективность в передаче сведений, полнота отображения основных элементов как по содержанию, так и по форме.

Цель реферата - не только сообщить о содержании реферируемой работы, но и дать представление о вновь возникших проблемах соответствующей отрасли науки.

В учебном процессе реферат представляет собой краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п.

Иначе говоря, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в рамках учебного процесса в вузе оцениваются по следующим основным критериями:

- актуальность содержания, высокий теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме;
- информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов;
- простота и доходчивость изложения;
-структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность;
- убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Составление списка использованной литературы. В соответствии с требованиями, предъявляемыми к реферату, докладу, необходимо составить список литературы, использованной в работе над ним.

Основные этапы работы над рефератом

В организационном плане написание реферата - процесс, распределенный во времени по этапам. Все этапы работы могут быть сгруппированы в три основные: подготовительный, исполнительский и заключительный.

Подготовительный этап включает в себя поиски литературы по определенной теме с использованием различных библиографических источников; выбор литературы в конкретной библиотеке; определение круга справочных пособий для последующей работы по теме.

Исполнительский этап включает в себя чтение книг (других источников), ведение записей прочитанного.

Заключительный этап включает в себя обработку имеющихся материалов и написание реферата, составление списка использованной литературы.

Написание реферата. Определен список литературы по теме реферата. Изучена история вопроса по различным источникам, составлены выписки, справки, планы, тезисы, конспекты. Первоначальная задача данного этапа - систематизация и переработка знаний. Систематизировать полученный материал - значит привести его в определенный порядок, который соответствовал бы намеченному плану работы.

Структура реферата

Введение

Введение - это вступительная часть реферата, предваряющая текст.

Оно должно содержать следующие элементы:

а) очень краткий анализ научных, экспериментальных или практических достижений в той области, которой посвящен реферат;

б) общий обзор опубликованных работ, рассматриваемых в реферате;

в) цель данной работы;

г) задачи, требующие решения.

Объем введения при объеме реферата, который мы определили (10-15 страниц), - 1,2 страницы.

Основная часть.

В основной части реферата студент дает письменное изложение материала по предложенному плану, используя материал из источников. В этом разделе работы формулируются основные понятия, их содержание, подходы к анализу, существующие в литературе, точки зрения на суть проблемы, ее характеристики.

В соответствии с поставленной задачей делаются выводы и обобщения. Очень важно не повторять, не копировать стиль источников, а выработать свой собственный, который соответствует характеру реферируемого материала.

Заключение

Заключение подводит итог работы. Оно может включать повтор основных тезисов работы, чтобы акцентировать на них внимание читателей (слушателей), содержать общий вывод, к которому пришел автор реферата, предложения по дальнейшей научной разработке вопроса и т.п. Здесь уже никакие конкретные случаи, факты, цифры не анализируются.

Заключение по объему, как правило, должно быть меньше введения.

Список использованных источников

В строго алфавитном порядке размещаются все источники, независимо от формы и содержания: официальные материалы, монографии и энциклопедии, книги и документы, журналы, брошюры и газетные статьи.

Требования к оформлению рефератов

Оформление титульного листа (приложения № 3-6). Работа должна быть выполнена с помощью ПК через 1,5 интервала. Тексты работ печатают с соблюдением размеров полей: справа не менее 2 см, слева 3 см, снизу, сверху – 2 см, размер шрифта Times New Roman – 14.

Главы и параграфы курсовой и дипломной работ (проектов) нумеруются арабскими цифрами. Рядом с номером подраздела проставляется и номер раздела, они при этом разделяются между собой точкой, например, 2.1 (первый параграф, второй раздел). Слово «раздел» можно и не писать, введение и заключение не нумеруются. Номер соответствующего раздела или подраздела ставится в начале заголовка. Каждый раздел работы должен начинаться с нового листа, а новые подразделы продолжаются на той же странице, на которой закончен предыдущий подраздел. Заголовки глав печатаются прописными буквами по центру, заголовки подразделов - строчными. Если заголовок включает несколько предложений, то их разделяют точками. Переносы слов в заголовках не допускаются. В конце заголовка точки не ставятся. Полужирный шрифт не используется. Расстояние между заголовками и текстом должно быть в одну пустую строку. Абзацы начинаются отступами в 1,5 см.

Страницы нумеруются арабскими цифрами, нумерация страниц должна быть сквозной. Титульный лист включается в общую нумерацию, однако номер на нем не ставится. Иллюстрации и таблицы, расположенные на отдельных листах, а также все приложения включают в общую нумерацию страниц работы. Номер страницы проставляется вверху посередине.

Иллюстрации (графики, схемы, диаграммы) располагаются непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые, или на следующей странице. Все иллюстрации обозначаются словом «Рисунок» и в тексте на них делаются ссылки. Иллюстрации нумеруются арабскими цифрами или двумя цифрами (напр. 2.1), где 1-я цифра указывает номер главы, 2-я – номер рисунка, но сквозной нумерацией в пределах всей работы. Если ссылки приводятся в конце страницы, используются знаки сносок, как правило, цифры, в том месте, где заканчивается мысль автора. Например, *в тексте:* Речевой период, который некоторые называют синтаксической конструкцией, создается по принципу кругообразно замыкающихся и ритмически организованных частей[1].

В сноске:

[1] Ефимов А.И. О мастерстве речи пропагандиста. - М., 1997. Изд-во Юрайт, с. 42.

Цифровой материал рекомендуется оформлять в виде таблиц, каждую из которых размещают после упоминания о ней. Таблица должна иметь номер (арабскими цифрами) и заголовок, написанный с заглавной буквы. Слово «Таблица» помещается с красной строки с номером, затем ставится пробел, тире, пробел и заголовок таблицы с прописной буквы без кавычек.

Тексты желательно иллюстрировать графиками, диаграммами, рисунками. При ссылке на таблицы и рисунки указывают их полный номер. Список использованных источников оформляется в определенной последовательности. Вначале приводятся: 1. Федеральные законы, указы Президента РФ, постановления Правительства РФ, нормативные материалы, изданные органами власти и управления различных уровней. 2. Монографии, научные сборники, журнальные статьи в алфавитном порядке, с указанием ф.и.о. авторов; названия; года издания; издательства; номеров журналов, номеров страниц начала и окончания статьи. Для научной и учебной литературы – общее число страниц.

Участие студентов в научно-исследовательской работе

Участие в научной работе позволяет студентам реализовать творческий потенциал в процессе учебы в вузе. Их вклад в научно-исследовательскую деятельность может выражаться в самых разнообразных формах: выполнение курсовых работ и дипломных проектов в форме НИР; производственная практика; участие в проведении диссертационных исследований аспирантов и др. В общем виде НИР студентов (НИРС) состоит из следующих элементов:

- работа в научных кружках;
- участие в конкурсах научных работ;
- участие в выставках научных работ;
- участие в студенческих конференциях;
- подготовка студенческих публикаций.

Процесс обучения способствует развитию у студентов задатков к научным исследованиям – памяти, наблюдательности, воображения, самостоятельности суждений и выводов. Каждый из перечисленных компонентов необходим для самостоятельной исследовательской работы.

Наряду с выполнением научных исследований студенты принимают участие в сборе и обработке статистических данных, составлении и подготовке различной компьютерной продукции. Результаты научных исследований студенты представляют на конференциях, научных семинарах кафедр и т.д.

Наиболее распространенной формой НИРС является участие в научных конференциях.

При подготовке к докладу или выступлению на конференции студент получает опыт систематизации и обобщения материала, приобретает навыки научного творчества и, наконец, овладевает очень важным искусством публичного выступления, аргументированной полемики.

В этой связи необходимо запомнить несколько правил, характеризующих культуру полемики, дискуссии.

Дискуссия - это соревнование интеллектов, здесь оружие – аргументы. Необходимо найти надежные аргументы в пользу своей точки зрения и проверять имеющиеся на надежность. Не недооценивайте оппонента. Самыми ценными являются документальные аргументы, ссылки на документы и надежно установленные факты, противоречащие утверждению оппонента.

Следует тщательно проанализировать свои аргументы; пофантазируйте над тем, что можно им противопоставить и как можно их повернуть.

Дискуссия похожа на игру в шахматы: и там и тут очень важно предвидеть возможное развитие событий, только события – ходы заменены более сложными событиями - аргументами, а правила движения фигур – правилами логического мышления.

Необходимо строго следовать логике. Вкупе с надежными аргументами она обеспечит вам победу. Любой логический промах может быть использован оппонентом, чтобы поставить под сомнение всю вашу конструкцию!

Побеждая в дискуссии, следует быть великодушным. Ваши оппоненты не единственные, кто придерживается этой точки зрения, так им легче будет пережить горечь поражения.

Выступление с докладом и публикации материалов позволят студентам приобрести к тому же общественное признание в среде профессионалов – преподавателей академии, других вузов, представителей общественности.

Самостоятельная работа студентов в условиях балльно-рейтинговой системы обучения.

Рейтинговая система обучения предполагает многобалльное оценивание студентов, но это не простой переход от пятибалльной шкалы, а возможность объективно отразить в баллах расширение диапазона оценивания индивидуальных способностей студентов, их усилий, потраченных на выполнение того или иного вида самостоятельной работы. Существует большой простор для создания блока дифференцированных индивидуальных заданий, каждое из которых имеет свою «цену». Правильно организованная технология рейтингового обучения позволяет с самого начала уйти от пятибалльной системы оценивания и прийти к ней лишь при подведении итогов, когда заработанные студентами баллы переводятся в привычные оценки (отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно). Кроме того, в систему рейтинговой оценки включаются дополнительные поощрительные баллы за оригинальность, новизну подходов к выполнению заданий для самостоятельной работы или разрешению научных проблем. У студента имеется возможность повысить учебный рейтинг путем участия во внеучебной работе (участие в олимпиадах, конференциях; выполнение индивидуальных творческих заданий, рефератов; участие в работе научного кружка и т.д.). При этом студенты, не спешащие сдавать работу вовремя, могут получить и отрицательные баллы. Вместе с тем, поощряется более быстрое прохождение программы отдельными студентами. Например, если учащийся готов сдавать зачет или писать самостоятельную работу раньше группы, можно добавить ему дополнительные баллы.

Рейтинговая система – это регулярное отслеживание качества усвоения знаний и умений в учебном процессе, выполнения планового объема самостоятельной работы. Ведение многобалльной системы оценки позволяет, с одной стороны, отразить в балльном диапазоне индивидуальные особенности студентов, а с другой – объективно оценить в баллах усилия студентов, затраченные на выполнение отдельных видов работ. Так каждый вид учебной деятельности приобретает свою «цену». Получается, что «стоимость» работы, выполненной студентом безупречно, является количественной мерой качества его обученности по той совокупности изученного им учебного материала, которая была необходима для успешного выполнения задания. Разработанная шкала перевода рейтинга по дисциплине в итоговую пятибалльную оценку доступна, легко подсчитывается как преподавателем, так и студентом: 85%-100% максимальной суммы баллов – оценка «отлично», 70%-85% – оценка «хорошо», 50%-70% – «удовлетворительно», 50% и менее от максимальной суммы – «неудовлетворительно».

При использовании рейтинговой системы:

- основной акцент делается на организацию активных видов учебной деятельности, активность студентов выходит на творческое осмысление предложенных задач;
- во взаимоотношениях преподавателя со студентами есть сотрудничество и сотворчество, существует психологическая и практическая готовность преподавателя к факту индивидуального своеобразия «Я-концепции» каждого студента;
- предполагается разнообразие стимулирующих, эмоционально-регулирующих, направляющих и организующих приемов вмешательства (при необходимости) преподавателя в самостоятельную работу студентов;
- преподаватель выступает в роли педагога-менеджера и режиссера обучения, готового предложить студентам минимально необходимый комплект средств обучения, а не только передает учебную информацию; обучаемый выступает в качестве субъекта деятельности наряду с преподавателем, а развитие его индивидуальности выступает как одна из главных образовательных целей;
- учебная информация используется как средство организации учебной деятельности, а не как цель обучения.

Рейтинговая система обучения обеспечивает наибольшую информационную, процессуальную и творческую продуктивность самостоятельной познавательной деятельности студентов при условии ее реализации через технологии личностно-ориентированного обучения (проблемные, диалоговые, дискуссионные, эвристические, игровые и другие образовательные технологии).

Большинство студентов положительно относятся к такой системе отслеживания результатов их подготовки, отмечая, что рейтинговая система обучения способствует равномерному распределению их сил в течение семестра, улучшает усвоение учебной информации, обеспечивает систематическую работу без «авралов» во время сессии. Большое количество разнообразных заданий, предлагаемых для самостоятельной проработки, и разные шкалы их оценивания позволяют студенту следить за своими успехами, и при желании у него всегда имеется возможность улучшить свой рейтинг (за счет выполнения дополнительных видов самостоятельной работы), не дожидаясь экзамена. Организация процесса обучения в рамках рейтинговой системы обучения с использованием разнообразных видов самостоятельной работы позволяет получить более высокие результаты в обучении студентов по сравнению с традиционной вузовской системой обучения.

Использование рейтинговой системы позволяет добиться более ритмичной работы студента в течение семестра, а так же активизирует познавательную деятельность студентов путем стимулирования их творческой активности. Весьма эффективно использование тестов непосредственно в процессе обучения, при самостоятельной работе студентов. В этом случае студент сам проверяет свои знания. Не ответив сразу на тестовое задание, студент получает подсказку, разъясняющую логику задания и выполняет его второй раз.

Следует отметить и все шире проникающие в учебный процесс автоматизированные обучающие и обучающе-контролирующие системы, которые позволяют студенту самостоятельно изучать ту или иную дисциплину и одновременно контролировать уровень усвоения материала.

Плюсы бально-рейтинговой системы

- систематическая работа студентов в течение всего семестра
- объективность оценивания
- контроль освоения всего курса
- прогнозирование результатов
- развитие самостоятельности и ответственности
- учет внеучебной деятельности
- стимулирование

Контрольные точки по дисциплине «Математические методы»

Тема	**Тип**	**Баллы**
Графический метод	Тест	0-4
	Контрольная работа	0-10
Симплекс-метод	Контрольная работа	0-10
Транспортная задача	Тест	0-6
	Контрольная работа	0-10
Линейное программирование	Контрольная работа	
	Домашняя контрольная работа	0-13
Сетевое планирование	Тест	0-6
Теория игр	Тест	0-4
Линейное программирование	Тест	0-17
Практические работы	Отчет	0-25
Лабораторные работы	Отчет	0-35
Творческая работа	Проект	0-25
Домашние задания	Задачи, таблицы, примеры	6-10
Посещаемость		0-5
Дифференцированный зачет		0-32
ИТОГО		**0-212**